WYSTARCZALNOŚĆ RACHUNKU SEKWENTOWEGO Rachunek Tautologiczny

Waldemar Wietrzykowski

Digital Intelligence Laboratory, maj 2018

Streszczenie w *niniejszej pracy zamieszczono podstawy rachunku tautologicznego i równoważnego z nim rachunku sekwentowego, które zostały opracowane na potrzeby teorii świadomej maszyny i teorii potomnych.*

Abstract *this work contains the basics tautological calculus and its equivalent sequent calculus developed for the purposes of conscious machine theory and progeny theories.*

Z ontologicznego punktu widzenia *rachunek tautologiczny* i jego odpowiednik *rachunek sekwentowy*, które miałem przyjemność opracować, są językami formalnego opisu tautologicznych przemian organizacji wszelkich bytów. Opracowany został na potrzeby zwięzłego i logicznego sformułowania teorii „*Świadomej maszyny*”[1] oraz teorii potomnych[2].

Aksjomatami *rachunku tautologicznego* jest grupa wybranych tautologii klasycznego rachunku zdań. Aksjomaty te tworzą prawa *rachunku tautologicznego*. Składnia tego rachunku oparta jest na składni wskazanej w schematach praw tautologicznych i jest ona wystarczająca do realizacji takich operacji, jak: zamiana ciągów rzeczywistych lub abstrakcyjnych bytów w ciągi implikacji, łączenie implikacji w złożone struktury kategorialne, reorganizacja tych struktur, rozłączanie struktur w ciągi implikacji i zamiana implikacji w ciągi obiektów reprezentujących nowe byty. Składnia została poszerzona o możliwość definiowania pojęć oraz wiązania ich w bazę pojęć z możliwością wnioskowania w przód i w tył.

Z kolei składnia *rachunku sekwentowego*, odpowiednika *rachunku tautologicznego*, została tak dobrana, aby intuicyjnie była dużo łatwiejsza od składni *rachunku tautologicznego*, a z drugiej strony aby istniała między nimi wzajemna równoważność. W dalszej części tej pracy pod wyrażeniem tautologicznych będę umieszczał w ramce jego odpowiednik w postaci sekwentowej.

W klasycznym rachunku zdań doszukujemy się logicznych relacji istniejących między bytami, przekładamy te relacje na schematy rachunku zdań i obliczamy ich wartość logiczną. W *rachunku tautologicznym* wprawdzie również doszukujemy się logicznych relacji istniejących między bytami i przekładamy je na schematy rachunku zdań, lecz później przekształcamy te schematy, zgodnie z prawami *rachunku tautologicznego*, na inne schematy tworząc przekształcenia w postaci implikacji, które są tautologiami.

Ze względu na to, że w *rachunku tautologicznym* przekształcenie jest tautologią, więc nie ma znaczenia jaką wartość logiczną przypisujemy zmiennym zdaniowym występującym w wyrażeniu i z tego tytułu zmienne zdaniowe mogą reprezentować dowolne byty jak: stałe, zmienne, liczby, obrazy,

---

[1] Waldemar Wietrzykowski, Teoria świadomej maszyny, DIL 2018

[2] Waldemar Wietrzykowski, Teoria wiedzy praktycznej, Teoria wiedzy teoretycznej, Teoria wiedzy, DIL 2018

dźwięki, zapachy, dotyk, wszelkie abstrakcje i ich związki, itd, a w szczególności inne wyrażenia tautologiczne rozumiane jako pojęcia wtórne lub definicje nie-tautologiczne traktowane jako pojęcia pierwotne. Zamiast zmiennych zdaniowych w wyrażeniach tautologicznych mogą występować także stałe oraz liczby, które można interpretować jako stałe liczbowe, wskaźniki do struktur, indeksy słowników oraz liczby zespolone reprezentujące asocjacje między odmiennymi światami bytów lub różnymi teoriami w postaci interfejsów multidyscyplinarnych. Tautologiczność wyrażenia jest zapewniona dzięki składni rachunku tautologicznego.

W odróżnieniu od istniejących języków formalnych lub teorii, gdzie o pojęciu pierwotnym decyduje niedefiniowalność jego w ramach danego języka lub teorii, w *rachunku tautologicznym* o pojęciu pierwotnym decyduje nie-tautologiczność jego definicji. Wynika z tego, że w *rachunku tautologicznym* pojęcie pierwotne jest definiowalne. Zasada jest taka, że po uzupełnieniu definicji pojęcia pierwotnego w ten sposób, aby była tautologią, zmieniamy je na pojęcie wtórne. Umożliwia to budowę baz pojęć nie tylko w kierunku od szczegółów do ogółu (jak w językach formalnych czy teoriach), ale także w kierunku przeciwnym od szczegółów do jeszcze większych szczegółów. Taką własność posiada umysł człowieka i język naturalny.

W rachunku tautologicznym szczególne znaczenie mają alternatywy, które są gromadzone w produktach przemiany implikacji mniej złożonych. Produkty te zwane są konstrukcjami. Z ontologicznego punktu widzenia konstrukcje przedstawiają kategorie bytów, utworzone z bytów pozostających w pozornie luźnych związkach. Definicje pojęć pierwotnych oparte na kolekcjach struktur są interpretowane jako samouczące się maszyny Turinga, z możliwością dalszego uczenia się, sprawdzania zgodności ze strukturą, generowania procesów.

Rachunek tautologiczny wyposażony jest dodatkowo w twierdzenie o znaczeniu empirycznym zwane t*wierdzeniem tautologicznym*. Twierdzenie to pozwala na przeprowadzanie badań, czy obserwowana przemiana rzeczywistości jest *rachunkiem tautologicznych*. Treść tego twierdzenia jest następująca: ”D*owolne byty są pojęciami tautologicznymi, jeżeli między tymi bytami można znaleźć takie relacje koniunkcji, alternatywy czy implikacji, których przemiana tworzy schemat rachunku tautologicznego*.”. Znajduje ono szczególne zastosowanie w pracach badawczych nad świadomością, gdzie wszelkie dotychczasowe próby zetknięcia empirii z teorią zawodzą.

Na zakończenie niniejszego wstępu postuluję, że *rachunek tautologiczny* może być mechanizmem, który został zaimplementowany na drodze rozwoju genetycznego mózgu do realizacji świadomości. Kwestia tego postulatu dzięki istnieniu *twierdzenia tautologicznego* może być empirycznie dowodzona.

Rachunek tautologiczny

Podstawowym elementem rachunku tautologicznego jest implikacja:

p => q
$\boxed{\mathbf{p}\ q}$

gdzie

p – poprzednik implikacji
q – następnik implikacji

Implikację w rachunku sekwentowym nazywamy sekwentem, a poprzednik sekwentu predykatem. W teorii Świadomej Maszyny[3] sekwent ten nazywany był też kwantem wiedzy.

Wyrażenie tautologiczne

Wyrażenie tautologiczne jest implikacją oznaczającą przemianę lewego schematu logicznego w prawy schemat zgodnie z prawami rachunku tautologicznego. Implikację tą nazywamy implikacją główną. Wyrażenie można przedstawić w postaci implikacji:

L => P (tautologia)

gdzie

L – schemat logiczny przez przemianą
P – schemat logiczny po przemianie

Przykład:

[(p => r) ∧ (q => r)] => [(p v q) => r] (tautologia)

$\boxed{\mathbf{p}\ \mathrm{r},\ \mathbf{q}\ \mathrm{r} \Rightarrow (\mathbf{p},\ \mathrm{q})\ \mathrm{r}}$ (zapis w postaci sekwentowej)

gdzie

L = [(p => r) ∧ (q => r)]
$\boxed{\mathbf{p}\ \mathrm{r},\ \mathbf{q}\ \mathrm{r}}$

P = [(p v q) => r]
$\boxed{(\mathbf{p},\ \mathrm{q})\ \mathrm{r}}$

Należy zauważyć, ze lewa strona wyrażenia (L) jak i prawa strona wyrażenia (P) nie są tautologiami. Dopiero ich połączenie w implikacji daje tautologię.

W rachunku tautologicznym istnieje również odwrotna przemiana, nie występująca w klasycznym rachunku zdań, którą zapisujemy

L <= P (tautologia)

gdzie

L - schemat logiczny przez przemianą
P - schemat logiczny po przemianie

Twierdzenie

Przyjmujemy, że L <= P jest tautologią, jeżeli P => L jest tautologią.

Zmienne tautologiczne

Zmienne zdaniowe występujące w wyrażeniu tautologicznym nazywamy zmiennymi tautologicznymi i mogą one reprezentować dowolne byty rzeczywistości i abstrakcje, gdyż niezależnie od

[3] Waldemar Wietrzykowski, Teoria świadomej maszyny, DIL 2018

tego jaką mają wartość logiczną czy też jej nie mają (można wtedy przypisać dowolną), wartość logiczna wyrażenia jest prawdą.

Prawa rachunku tautologicznego

Podstawą rachunku tautologicznego są następujące prawa (tautologie) klasycznego rachunku zdań:

Prawa zamiany

1. prawo zamiany koniunkcji w implikacje
2. prawo zamiany implikacji w koniunkcje

Zasady

3. zasada usuwania zbędnych implikacji

Prawa łączenia implikacji

4. prawo dodawania poprzedników
5. prawo dodawania następników
6. prawo dodawania poprzedników i następników

Prawa łączenia konstrukcji

7. prawo dodawania poprzedników implikacji i konstrukcji
8. prawo dodawania następników implikacji i konstrukcji
9. prawo dodawania poprzedników i następników konstrukcji

Prawa rozłączania konstrukcji

10. prawo rozłączania poprzedników
11. prawo rozłączania następników
12. prawo rozłączania poprzedników i następników

Sprawdzenia, czy wyrażenia zawarte w dalszej części pracy są tautologią dokonałem przy użyciu aplikacji Pana Roberta Nowotniaka, *Sprawdzanie wartości logicznych wyrażeń zdaniowych*, z Instytutu Informatyki Politechniki Łódzkiej[4]. Aplikacja ta jest bardzo pomocna w empirycznym potwierdzaniu tautologicznej organizacji bytów i ich przemian będących obiektami naukowego badania.

Ciągi

Ciągiem elementów nazywamy szereg elementów połączonych koniunkcją

Przykład:

$p \wedge q \wedge r \wedge s$

$\boxed{p, q, r, s}$

[4] http://robert.nowotniak.com/pl/artificial-intelligence/tautolog

Ciągiem implikacji nazywamy szereg implikacji połączonych koniunkcją

Przykład:

(p => q) ∧ (q => r) ∧ (r => s)

p q, **q** r, **r** s

Prawa zamiany

1. **Prawo zamiany koniunkcji w implikacje** polega na zastąpieniu znaków koniunkcji „∧” znakami implikacji „=>” a następnie rozdzieleniu pojedynczych implikacji znakami koniunkcji „∧”.

[(p ∧ q ∧ r ∧ s)] => [(p => q) ∧ (q => r) ∧ (r => s)] (tautologia)

p, q, r, s => **p** q, **q** r, **r** s

Należy zauważyć, że z jednego elementu (np. przesłanki) nie da się wyprowadzić implikacji, ponieważ koniunkcji między elementami nie występuje. Natomiast z dwóch elementów można wyprowadzić już jedną implikację.

Przykład:

[(p ∧ q)] => [(p => q)] (tautologia)

Ze względu na to, że prawo zamiany koniunkcji w implikacje nie ma swojej odwrotności, ponieważ wyrażenie odwrotne

[(p ∧ q ∧ r ∧ s)] => [(p => q) ∧ (q => r) ∧ (r => s)] (nie tautologia)

p, q, r, s => **p** q, **q** r, **r** s

nie jest tautologią, do realizacje tej odwrotności wprowadzamy znak „<=” i przyjmujemy, że wyrażenie postaci

L <= P

jest tautologią, jeżeli implikacja P => L jest tautologią.

2. **Prawo zamiany implikacji w koniunkcje** może być stosowane tylko wtedy, kiedy poprzednik każdej implikacji jest równy następnikowi implikacji poprzedzającej. Zamiana polega na zastąpieniu każdego podwójnego wystąpienia zmiennej w postaci q) ∧ (q jedną zmienną q a następnie zastąpieniu znaków implikacji => znakami koniunkcji ∧.

$[(p => q) \land (q => r) \land (r => s)] <= (p \land q \land r \land s)$ (tautologia)

$\boxed{\mathbf{p}\ q,\ \mathbf{q}\ r,\ \mathbf{r}\ s <= p,\ q,\ r,\ s}$

Należy zauważyć, że z jednej implikacji da się wyprowadzić dwa elementy połączone koniunkcją:

Przykład:

$(p => q) <= (p \land q)$ (tautologia)

$\boxed{\mathbf{p}\ q <= p,\ q}$

Zasady

Zbędnymi implikacjami nazywamy każde powtórzenie tych samych implikacji po lewej lub prawej stronie głównej implikacji wyrażenia tautologicznego.

3. **Zasada usuwania zbędnych implikacji** stanowi, że zbędne implikacje można pominąć.

$[(p => q) \land \cancel{(p => q)}] => [p => q)]$

$\boxed{\mathbf{p}\ q,\ \cancel{\mathbf{p}\ q} => \mathbf{p}\ q}$

Prawa łączenia implikacji

Prawa łączenia implikacji składają się z trzech praw.

4. **Prawo dodawania poprzedników** polega na przekształceniu implikacji posiadających ten sam następnik w jedną implikację, której poprzednikiem jest alternatywa poprzedników tych implikacji, a następnikiem powtarzający się następnik.

   $[(p => r) \land (q => r)] => [(p \vee q) => r]$ (tautologia)

   $\boxed{\mathbf{p}\ r,\ \mathbf{q}\ r => (\mathbf{p},\ q)\ r}$

5. **Prawo dodawania następników** polega na przekształceniu implikacji posiadających ten sam poprzednik w jedną implikację, której poprzednikiem jest powtarzający się poprzednik tych implikacji a następnikiem alternatywa następników tych implikacji.

   $[(p => q) \land (p => r)] => [p => (q \vee r)]$ (tautologia)

   $\boxed{\mathbf{p}\ q,\ \mathbf{p}\ r => \mathbf{p}\ (q,\ r)}$

6. **Prawo dodawania poprzedników i następników** jest połączeniem praw dodawania poprzedników i dodawania następników w jednym ciągu implikacji. Polega na przekształceniu implikacji posiadających ten sam poprzednik lub ten sam następnik w jedną implikację, której poprzednikiem jest alternatywa poprzedników, a następnikiem jest alternatywa następników tych implikacji.

$[(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \wedge (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)] \Rightarrow [(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)]$ (tautologia)

$\boxed{\mathbf{p}\ r,\ \mathbf{q}\ r,\ \mathbf{p}\ q,\ \mathbf{p}\ r \Rightarrow (\mathbf{p}, \mathbf{q})\ (q, r)}$

Na podstawie indukcji można wyprowadzić wniosek, że dla każdego m i n również wyrażenia:

$[(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge ... \wedge p_n)] \Rightarrow [(p_1 \Rightarrow p_2) \wedge (p_2 \Rightarrow p_3) \wedge ... \wedge (p_{n-1} \Rightarrow p_n)]$

$\boxed{p_1, p_2, p_3, ... ,p_n \Rightarrow \mathbf{p_1}\ p_2, \mathbf{p_2}\ p_3, ... ,\mathbf{p_{n-1}}\ p_n}$

$[(p_1 \Rightarrow r) \wedge (p_2 \Rightarrow r) \wedge ... \wedge (p_m \Rightarrow r)] \Rightarrow [(p_1 \vee p_2 \vee ... \vee p_m) \Rightarrow r]$

$\boxed{\mathbf{p_1}\ r, \mathbf{p_2}\ r, ... ,\mathbf{p_m}\ r \Rightarrow (\mathbf{p_1}, \mathbf{p_2}, ... ,\mathbf{p_m})\ r}$

$[(p \Rightarrow q_1) \wedge (p \Rightarrow q_2) \wedge ... \wedge (p \Rightarrow q_n)] \Rightarrow [p \Rightarrow (q_1 \vee q_2 \vee ... \vee q_n)]$

$\boxed{\mathbf{p}\ q_1, \mathbf{p}\ q_2, ... ,\mathbf{p}\ q_n \Rightarrow \mathbf{p}\ (q_1, q_2, ... ,q_n)}$

$[(p_1 \Rightarrow r) \wedge (p_2 \Rightarrow r) \wedge ... \wedge (p_m \Rightarrow r) \wedge (p \Rightarrow q_1) \wedge (p \Rightarrow q_2) \wedge ... \wedge (p \Rightarrow q_n)] \Rightarrow$
$[(p \vee p_1 \vee p_2 \vee ... \vee p_m) \Rightarrow (r \vee q_1 \vee q_2 \vee ... \vee q_n)]$

$\boxed{\mathbf{p_1}\ r, \mathbf{p_2}\ r, ... , \mathbf{p_m}\ r, \mathbf{p}\ q_1, \mathbf{p}\ q_2, ... ,\mathbf{p}\ q_n \Rightarrow (\mathbf{p}, \mathbf{p_1}, \mathbf{p_2}, ... ,\mathbf{p_m})\ (r, q_1, q_2, ... ,q_n)}$

są tautologiami.

Konstrukcje

Konstrukcją nazywamy złożoną implikację, w której poprzednik lub następnik albo poprzednik i następnik są alternatywą elementów.

$(p \vee q) \Rightarrow r$; $p \Rightarrow (q \vee r)$; $(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$ (przykłady konstrukcji)

$\boxed{(\mathbf{p}, \mathbf{q})\ r;\ \ \mathbf{p}\ (q, r);\ \ (\mathbf{p}, \mathbf{q})\ (q, r)}$

Twierdzenie

Prawe strony wyrażeń tautologicznych po zastosowaniu praw łączenia są konstrukcjami.

Na podstawie indukcji można również dowieść, że konstrukcjami są również następujące implikacje:

$(p \vee q \vee s \vee ...) \Rightarrow r$; $p \Rightarrow (q \vee r \vee s \vee ...)$; $(p \vee q \vee s \vee ...) \Rightarrow (q \vee r \vee s \vee ...)$ (przykłady konstrukcji)

$\boxed{(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{s}, ...)\ r;\ \ \mathbf{p}\ (q, r, s, ...);\ \ (\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{s}, ...)\ (q, r, s, ...)}$

Prawo przemienności alternatywy

W alternatywach poprzedników i następników konstrukcji obowiązuje prawo przemienności alternatywy

$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

$\boxed{p, q \Leftrightarrow q, p}$

Uwaga! W rachunku segwentowym znak przecinka ‘,’ stosowany poza konstrukcją oznacza koniunkcję ∧, a wewnątrz konstrukcji oznacza alternatywę v. Pozwala to na eliminację nawiasów kwadratowych [] i klamrowych {}, występujących w rachunku tautologicznym, i uproszczenie zapisu wyrażenia. Znak „<=>” oznacza równoważność.
Prawo przemienności alternatywy pozwana na zmianę porządku elementów w alternatywach poprzednika i następnika konstrukcji bez wpływu na konstrukcję.

Przykład:

[(t v z v p v q) => (q v r v s)] => [(z v q v t v p) => (s v r v q)] (tautologia)
(**t**, **z**, **p**, **q**) (q, r, s) => (**z**, **q**, **t**, **p**) (s, r, q)

Prawa łączenia konstrukcji

7. **Prawo dodawania poprzedników implikacji i konstrukcji**. Ponieważ konstrukcja jest implikacją prawo to jest uogólnieniem prawa dodawania poprzedników uwzględniającym także konstrukcje.

   {(s => q) ∧ [(p v q) => (q v r)]} => [(p v q v s) => (q v r)] (tautologia)
   s q, (**p**, **q**) (q, r) => (**p**, **q**, **s**) (q, r)

8. **Prawo dodawania następników implikacji i konstrukcji**. Ponieważ konstrukcja jest implikacją prawo to jest uogólnieniem prawa dodawania następników uwzględniającym także konstrukcje.

   {(p => s) ∧ [(p v q) => (q v r)]} => [(p v q) => (q v r v s)] (tautologia)
   p s, (**p**, **q**) (q, r) => (**p**, **q**) (q, r, s)

9. **Prawo dodawania konstrukcji**. Ponieważ konstrukcja jest uogólnioną implikacją, prawo to jest uogólnieniem praw dodawania poprzedników i następników uwzględniającym konstrukcje.

   Jeżeli w ciągu konstrukcji istnieją konstrukcje, których zbiory alternatyw poprzedników lub zbiory alternatyw następników są nierozłączne, to konstrukcje te można połączyć w jedną konstrukcję, której poprzednikiem jest suma zbiorów alternatyw poprzedników a następnikiem jest suma zbiorów alternatyw następników tych konstrukcji.

   {[(t v z) => (q v r)] ∧ [(p v q) => (q v s)]} => [(t v z v p v q) => (q v r v s)] (tautologia)
   (**t**, **z**) (q, r), (**p**, **q**) (q, s) => (**t**, **z**, **p**, **q**) (q, r, s)

Prawa rozłączania konstrukcji

Z uwagi na to, że prawo dodawania następników, np.

[(p => q) ∧ (p => r)] => [p => (q v r)] (tautologia)
p q, **p** r => **p** (q, r)

i prawo dodawania poprzedników i następników, np.

[(p => r) ∧ (q => r) ∧ (p => q) ∧ (p => r)] => [(p v q) => (q v r)] (tautologia)

$\boxed{\textbf{p}\text{ r, }\textbf{q}\text{ r, }\textbf{p}\text{ q, }\textbf{p}\text{ r => (}\textbf{p}\text{, }\textbf{q}\text{) (q, r)}}$

oprócz prawa dodawania poprzedników, np.

[(p => r) ∧ (q => r)] => [(p v q) => r] (tautologia)

$\boxed{\textbf{p}\text{ r, }\textbf{q}\text{ r => (}\textbf{p}\text{, }\textbf{q}\text{) r}}$

nie dają tautologicznej odwrotności, to do realizacji odwrotności tych wszystkich praw prowadziłem znak „<=” oraz zasadę, że L <= P jest tautologią, jeżeli P => L jest tautologią.

Ponieważ każda konstrukcja jest w istocie implikacją złożoną, w dalszej części niniejszego opracowania pomocne będzie nazwać konstrukcję implikacją rozłączaną, a uzyskane elementy z rozłączania wprost implikacjami pamiętając o tym, że uzyskane implikacje mogą być również konstrukcjami będącymi implikacjami złożonymi.

10. **Prawo rozłączania poprzedników**.

Rozłączanie na implikacje ze wspólnym następnikiem polega na uzyskaniu ciągu implikacji, którego elementy posiadają taki sam następnik co implikacja rozłączana a poprzednik jest jedną z alternatyw poprzednika tej implikacji.

[(p v q) => r] <= [(p => r) ∧ (q => r)] (tautologia)

$\boxed{\text{(}\textbf{p}\text{, }\textbf{q}\text{) r <= }\textbf{p}\text{ r, }\textbf{q}\text{ r}}$

[(p v q) => (q v r)] <= {[(p => (q v r)] ∧ [(q => (q v r)]} (tautologia)

$\boxed{\text{(}\textbf{p}\text{, }\textbf{q}\text{) (q, r) <= }\textbf{p}\text{ (q, r), }\textbf{q}\text{ (q, r)}}$

11. **Prawo rozłączania następników**.

Rozłączanie na implikacje ze wspólnym poprzednikiem polega na uzyskaniu ciągu implikacji, którego elementy posiadają taki sam poprzednik co implikacja rozłączana a następnik jest jedną z alternatyw następnika tej implikacji.

[p => (q v r)] <= [(p => q) ∧ (p => r)] (tautologia)

$\boxed{\textbf{p}\text{ (q, r) <= }\textbf{p}\text{ q, }\textbf{p}\text{ r}}$

[(p v q) => (q v r)] <= {[(p v q) => q] ∧ [(p v q) => r]} (tautologia)

$\boxed{\text{(}\textbf{p}\text{, }\textbf{q}\text{) (q, r) <= (}\textbf{p}\text{, }\textbf{q}\text{) q, (}\textbf{p}\text{, }\textbf{q}\text{) r}}$

12. **Prawo rozłączania poprzedników i następników**.

Prawo rozłączania poprzedników i następników polega na stosowaniu prawa rozłączania poprzedników a następnie prawa rozłączania następników lub odwrotnie.

[(p v q) => (q v r)]	(tautologia)
<= {[(p => (q v r)] ∧ [(q => (q v r)]}	(wspólny następnik q v r)
<= [(p => q) ∧ (p => r) ∧ (q => q) ∧ (q => r)]	(wspólny poprzednik p i q)

(**p**, **q**) (q, r) <= **p** (q, r), **q** (q, r) <= **p** q, **p** r, **q** q, **q** r

Pojęcia tautologiczne

Pojęciem tautologicznym nazywamy przyporządkowanie pewnej nazwie schematu logicznego zwanego definicją pojęcia. Występują pojęcia pierwotne i wtórne. W pojęciu pierwotnych jego definicja nie jest tautologią, a w pojęciu wtórnym jego definicja jest tautologią.

nazwa pojęcia pierwotnego = <definicja pojęcia> (definicja nie jest tautologią)
nazwa pojęcia wtórnego = <definicja pojęcia> (definicja jest tautologią) >

Takie tautologiczne rozróżnienie pojęcia pierwotnego od wtórnego jest bardzo pomocne w automatycznym mechanizmie wnioskowania.

Pocięcia tautologiczne umożliwiają budowanie baz pojęć. W przypadku języków formalnych i teorii, pojęcia pierwotne nie wymagają definicji. W przypadku rachunku tautologicznego pojęcia pierwotne są definiowalne, ale definicja nie może być tautologią, czyli nie prezentuje przemiany, lecz pojedynczy byt lub grupę bytów powiązanych relacjami.

W każdej chwili można też zmienić pojęcie pierwotne na pojęcie wtórne. Wystarczy uzupełnić definicję pojęcia tak, aby była tautologią. Wolne zmienne zdaniowe traktowane są jako pojęcia pierwotne.

Przykład:

a) definicja pojęcia pierwotnego

k = [(t v z v p v q) => (q v r v s)] ∧ [(r v t) => (q v r v s)] (nie-tautologia)
k = (**t**, **z**, **p**, **q**) (q, r, s), (**r**, **t**) (q, r, s).

lub

z = (nie-tautologia)
z

b) definicja pojęcia wtórnego

y = {[(u => a)] ∧ [(z v t)} => (u v a)]} => {[(z v t v u)} => (u v a)]}   (tautologia)

u a, (**z**,**t**)(u,a) => (**z**,**t**,**u**)(u,a)

Twierdzenie tautologiczne

Dowolne byty są pojęciami tautologicznymi, jeżeli między tymi bytami można znaleźć takie relacje koniunkcji, alternatywy czy implikacji, których przemiana tworzy schemat rachunku tautologicznego.

Przykład:

[(⇮◯ => کÕ⌂) ∧ (⇮◯ => ♣▶)] => [⇮◯ => (کÕ⌂ v ♣▶)]   (tautologia)

⇮◯ کÕ⌂, ⇮◯ ♣▶ => ⇮◯ (کÕ⌂, ♣▶)

Baza pojęć tautologicznych

Pojęcia są potężnym narzędziem, gdyż umożliwiają tworzenie baz pojęć. Poprzez zamianę definicji pojęć pierwotnych w tautologie można budować bazy pojęć od dołu. Można też budować bazy pojęć od góry lub zakładać nowe bazy pojęć.

Wnioskowanie tautologiczne

Bazy pojęć umożliwiają realizację dwóch typów wnioskowania tautologicznego:

- wnioskowanie w przód (od szczegółu do ogółu)
- wnioskowanie wstecz (od ogółu do szczegółu).

Ze względu ma ograniczoną objętość tej pracy zagadnienie wnioskowania w rachunku tautologicznym zostało pominięte.

Przykład stosowania rachunku tautologicznego

Do pamięci krótkotrwałej (ang. short-term memory, STM) ładujemy ciąg przesłanek:

STM = (p ∧ q ∧ r ∧ s ∧ q ∧ s ∧ r ∧ t ∧ u ∧ w)

p, q, r, s, q, s, r, t, u, w

Stosując prawo zamiany koniunkcji w implikacje otrzymujemy ciąg implikacji:

[(p ∧ q ∧ r ∧ s ∧ q ∧ s ∧ r ∧ t ∧ u ∧ w)] => [(p => q) ∧ (q => r) ∧ (r => s) ∧ (s => q) ∧ (q => s) ∧ (s => r) ∧ (r => t) ∧ (t => u) ∧ (u => w)]   (tautologia)

p, q, r, s, q, s, r, t, u, w => **p** q, **q** r, **r** s, **s** q, **q** s, **s** r, **r** t, **t** u, **u** w

Następnie stosując prawa łączenia implikacji otrzymujemy:

[(p => q) ∧ (q => r) ∧ (r => s) ∧ (s => q) ∧ (q => s) ∧ (s => r) ∧ (r => t) ∧ (t => u) ∧ (u => w)] => {[(p v q v r v s) => (q v r v s v t)] ∧ (t => u) ∧ (u => w)}   (tautologia)

p q, **q** r, **r** s, **s** q, **q** s, **s** r, **r** t, **t** u, **u** w => (**p**, **q**, **r**, **s**) (q, r, s, t), **t** u, **u** w

Wynik przekształcenia składa się ze struktury [(p v q v r v s) => (q v r v s v t)] i dwóch pojedynczych implikacji (t => u) i (u => w), których nie dało się połączyć ze strukturą.
Wynik ten zapamiętujemy w innej pamięci, na przykład pamięci długotrwałej (ang. long-term memory, LTM).

LTM = (**p**, **q**, **r**, **s**) (q, r, s, t), **t** u, **u** w

Następnie do pamięci krótkotrwałej ładujemy ciąg przesłanek (w miejsce poprzedniej jej zawartości):

STM = (a ∧ z ∧ u ∧ z ∧ a ∧ y)

a,z,u,z,a,y

Stosując prawo zamiany koniunkcji w implikacje otrzymujemy ciąg implikacji:

[(a ∧ z ∧ u ∧ z ∧ a ∧ y)] => [(a => z) ∧ (z => u) ∧ (u => z) ∧ (z => a) ∧ (a => y)] (tautologia)

a, z, u, z, a, y => **a** z, **z** u, **u** z, **z** a, **a** y

Stosując prawa łączenia, łączymy zawartość pamięci krótkotrwałej z długotrwałą.

STM + LTM =
{(a => z) ∧ (z => u) ∧ (u => z) ∧ (z => a) ∧ (a => y) ∧ [(p v q v r v s) => (q v r v s v t)] ∧ (t => u) ∧ (u => w)} => {[(p v q v r v s) => (q v r v s v t)] ∧ [(z v t) => (u v a)] ∧ (a => z) ∧ (u => z) ∧ (a => y) ∧ (u => w)}   (tautologia)

a z, **z** u, **u** z, **z** a, **a** y, (**p**,**q**,**r**,**s**) (q,r,s,t), **t** u, **u** w => (**p**,**q**,**r**,**s**) (q,r,s,t), (**z**,**t**) (u,a), **a** z, **u** z, **a** y, **u** w

W wyniku łączenia powstała dodatkowa struktura [(z v t) => (u v a)] i wolne pojedyncze implikacje (a => z) ∧ (u => z) ∧ (a => y) ∧ (u => w).

Wynik łączenia zapamiętujemy w pamięci długotrwałej (w miejsce poprzedniej jej zawartości):

LTM = (**p**,**q**,**r**,**s**) (q,r,s,t), (**z**,**t**) (u,a), **a** z, **u** z, **a** y, **u** w

Teraz do pamięci krótkotrwałej ładujemy przesłankę „a" będącą w kontekście przesłanki „u". W pamięci krótkotrwałej utworzona zostaje implikacja:

STM = (u ∧ a)

Stosując prawo zamiany koniunkcji w implikacje otrzymujemy implikację:

[(u ∧ a)] => [(u => a)]   (tautologia)

u, a => **u** a

Implikacja ta ma część wspólną z następnikiem struktury [(z v t) => (u v a)] przechowywanej w pamięci długotrwałej. Po połączeniu implikacji z tą strukturą otrzymujemy:

{[(u => a)] ∧ [(z v t) => (u v a)]} => {[(z v t v u) => (u v a)]}   (tautologia)

u a, (**z**,**t**)(u,a) => (**z**,**t**,**u**)(u,a)

Otrzymaną strukturę można rozłączyć na implikacje:

[(z v t v u) => (u v a)] <= [(z v t v u) => u] ∧ [(z v t v u) => a)] <= (z => u) (t => u) (u =>u) (z =>a) (t => a) (u => a) (tautologia)

(**z**,**t**,**u**) (u, a) <= (**z**, **t**, **u**) u, (**z**, **t**, **u**) a <= **z** u, **t** u, **u** u, **z** a, **t** a, **u** a

Z implikacji tych przy pomocy prawa zamiany implikacji w koniunkcję da się wygenerować ciąg złożony z dwóch elementów na podstawie dwóch implikacji o tym samym następniku i poprzedniku drugiej implikacji:

[(t => u) (u => u)] <= (t ∧ u ∧ u)   (tautologia)

t u, **u** u <= t, u, u

Podsumowując, podając na wejście jednostki przesłanki ciąg <u, a> otrzymujemy na wyjściu ciąg <t, u, u> uzyskany na podstawie wcześniej zebranego doświadczenia.

Bibliografia

1. Waldemar Wietrzykowski, *Samoucząca się maszyna*, DIL 2016
2. Waldemar Wietrzykowski, *Jednofunkcyjne maszyny*, DIL 2016
3. Waldemar Wietrzykowski, *Interpretacje maszyn*, DIL 2016
4. Waldemar Wietrzykowski, *Znaczenie interpretacji maszyn*, DIL 2017
5. Waldemar Wietrzykowski, *Wiele maszyn*, DIL 2017
6. Waldemar Wietrzykowski, *Świadomość wielu maszyn*, DIL 2017
7. Waldemar Wietrzykowski, *Obraz rzeczywistości z poziomu maszyny*, DIL 2017
8. Waldemar Wietrzykowski, S*calanie interpretacji maszyn*, DIL 2017
9. Waldemar Wietrzykowski, *Strumień świadomości*, DIL 2017
10. Waldemar Wietrzykowski, *Samoucząca się maszyna motoryczna*, DIL 2017
11. Waldemar Wietrzykowski, *Świadoma reakcja maszyn*, DIL 2017
12. Waldemar Wietrzykowski, *Świadoma maszyna*, DIL 2017
13. Waldemar Wietrzykowski, *Założenia wstępne do projektu świadomej maszyny*, DIL 2017
14. Waldemar Wietrzykowski, *Teoria świadomej maszyny*, DIL 2018
15. Waldemar Wietrzykowski, *Teoria wiedzy praktycznej*, DIL 2018

16. Waldemar Wietrzykowski, *Teoria wiedzy teoretycznej*, DIL 2018
17. Waldemar Wietrzykowski, *Teoria wiedzy*, DIL 2018

Copyright © 14.05.2018 DIL