

ASOCJACJE REGULARNE

Waldemar Wietrzykowski



Instytut Inteligencji Stosowanej, 10 lutego 2021

Streszczenie niniejsza praca przedstawiania teorię asocjacji regularnych opracowaną na podstawie analizy działania jednokierunkowej trzyścieżkowej maszyny Turinga. Asocjacje, dzięki algorytmom zwanym prawami asocjacji, mogą być tworzone w sposób automatyczny na podstawie ciągu produkcji uczących. Mechanizm samouczenia może być wykonywany przez samą asocjacyjną maszynę Turinga. Ponadto opisany mechanizm asocjacji jest naturalnym modelem funkcjonowania biologicznych sieci neuronowych. W pracy tej zawarto też prostą metodę na sprawdzanie, kiedy nieznany ciąg produkcji jest generowany przez gramatykę regularną.

Wstęp

Do opracowania teorii asocjacji regularnych należało cofnąć się do prac wcześniejszych, począwszy od operacji sumowania dwóch łańcuchów binarnych przez jednokierunkową trzyścieżkową maszynę Turinga, które stanowiły fundament następnych opracowań, analiz i teorii. Z biegiem czasu powstała tendencja zapominania o genezie pojęć, z których korzystały nowe teorie. Skutkowało to pojawianiem się trudności w falsyfikacji i utrzymaniu spójności w całości prac. Należało więc jeszcze raz przeanalizować spójność opracowanych teorii z pierwotnie przyjętym paradygmatem - maszyną Turinga i w razie konieczności wziąć poprawkę do opracowanych teorii, aby móc iść dalej. Niniejsza praca rozpoczyna się ponownie od analizy jednokierunkowej trzyścieżkowej maszyny Turinga, aby wnioski z niej płynące można było zastosować do opracowania teorii asocjacji regularnych. Tytuł „asocjacje regularne” powstał dopiero w późniejszym etapie prac w związku ze ścisłym związkiem z gramatyką regularną.

Jednokierunkowa trzyścieżkowa maszyna Turinga

Jednokierunkowa trzyścieżkowa maszyna Turinga składa się z taśmy z podziałem na trzybitowe komórki, głowicy odczytująco-zapisującej i zbioru produkcji sterujących pracą maszyny. Każda komórka zawiera trzy bity: dwa bity x_1 , x_2 są do odczytu i jeden bit y do zapisu. Każdy bit jest umieszczony na oddzielnej jednobitowej ścieżce taśmy. Na ścieżkach taśmy mogą znajdować się tylko bity 0 lub 1. Ścieżki, na której są zapisane bity x_1 i x_2 , nazywają się ścieżkami wejściowymi lub ścieżkami danych, a ścieżka, na której głowica zapisuje bit y , nazywa się ścieżką wyjściową.

Praca maszyny polega na cyklicznym wykonywaniu zestawu następujących czynności zwanych krokiem maszyny:

- głowica odczytuje bity x_1 i x_2 ze ścieżek taśmy (z komórki pod głowicą),
- maszyna sprawdza, czy któraś z produkcji $\{x_1, x_2, y\}$ (gdzie: $\{x_1, x_2\}$ jest częścią warunkową a $\{y\}$ jest częścią wykonawczą) nie ma w części warunkowej $\{x_1, x_2\}$ tych samych bitów x_1 ,

x_2 odczytanych z komórki taśmy. Jeżeli jest taka produkcja, to jest ona uaktywniona i bit $\{y\}$ z części wykonawczej tej produkcji, zapisywany jest przez głowicę do komórki na trzecią ścieżkę taśmy y . Jeżeli taka produkcja nie zostaje znaleziona to maszyna kończy pracę z flagą niezgodności.

- głowica przechodzi do następnej komórki taśmy.

Każda produkcja ma następującą postać:

$$\{x_1, x_2\} \rightarrow \{y\}$$

która zapisywana jest w skrócie jako $\{x_1, x_2, y\}$

gdzie:

$\rightarrow$	uaktywnienie produkcji po spełnieniu warunków $\{x_1, x_2\}$
$\{x_1, x_2\}$	część warunkowa produkcji
$\{y\}$	część wykonawcza produkcji

Produkcja składa się, jak już wspomniano, z części warunkowej i części wykonawczej. Produkcja identyfikowana jest za pomocą liczby trzybitowej $\{p\} = \{x_1, x_2, y\}$, gdzie $\{x_1, x_2\}$ jest częścią warunkową produkcji, a $\{y\}$ jest wartością produkcji określonej w części wykonawczej.

Maszyna kończy swoją pracę po wykonaniu 8 lub 16 bądź 32, 64, 128, 256, ... kroków, w zależności od potrzebnego zakresu przetwarzanych ciągów bitowych, lub gdy nie zostanie znaleziona pasująca produkcja - w zbiorze produkcji sterujących pracą maszyny - do odczytanych z komórki taśmy bitów x_1, x_2 . Jednokierunkowy ruch głowicy zapewnia, że maszyna nigdy się nie zapętli, co może wystąpić w standardowej maszynie Turinga (dwukierunkowej).

Zamiana produkcji na reguły

Zakładamy, że zbiór produkcji jest poprawny z sensie aksjomatycznej teorii mnogości, to znaczy każda produkcja powtarza się w tym zbiorze tylko raz. Oznacza to, że produkcje z tymi samymi warunkami $\{x_1, x_2\}$ mogą powtórzyć się wiele razy.

W przypadku, gdy te same warunki $\{x_1, x_2\}$ spełnia co najwyżej jedna produkcja mamy do czynienia z automatem kombinacyjnym, w którym stan wyjść zależy wyłącznie od stanu wejść. Jeżeli te same warunki $\{x_1, x_2\}$ spełnia więcej niż jedna produkcja, powstaje wieloznaczność, którą eliminujemy w automacie skończenie stanowym.

W celu usunięcia problemu wieloznaczności polegającego na tym, że kilka produkcji może posiadać te same warunki $\{x_1, x_2\}$ i oznaczającego możliwość aktywowania więcej produkcji niż jedna oraz generowania kilku wartości $\{y\}$ na odczytane bity x_1, x_2 , rozdzielono produkcje, które mogą być jednocześnie aktywowane, na podzbiory produkcji zwane stanami. Wówczas wybierając dowolny stan może w nim aktywować wyłącznie jedną produkcję. Maszyny obsługujące zbiory produkcji ze stanami nazywamy automatami skończenie stanowymi lub maszynami regularnymi.

Ponieważ każda produkcja w całym zbiorze powtarza się tylko raz (aksjomatyczna teoria mnogości), to w każdym stanie (podzbiorze produkcji) dla tych samych warunków $\{x_1, x_2\}$ musi wystąpić inna wartość $\{y\}$. Oznacza to, że w każdym stanie znajdują się inne produkcje, identyfikowane przez liczby trzybitowe $\{x_1, x_2, y\}$.

Obsługę stanów w zbiorze produkcji realizujemy w ten sposób, że w części wykonawczej każdej produkcji umieszczamy dodatkowy składnik $\{s\}$, rozszerzając produkcję $\{x_1, x_2, y\}$ do reguły

$\{x_1, x_2, y, s\}$. Należy zauważyć, że składnik $\{s\}$ w regule nie oznacza przynależności reguły do danego stanu, czyli nie wyznacza podzbioru reguł posiadających ten sam składnik $\{s\}$. Składnik $\{s\}$ w regule oznacza, jaki podzbiór reguł (nazywany stanem) będzie przeszukiwany w następnym kroku maszyny w celu znalezienia pasującej reguły do bitów x_1, x_2 odczytanych z komórki taśmy. Powoduje to, że reguły należące do jednego stanu (podzbioru reguł) mogą mieć różne wartości składnika $\{s\}$, czyli wskazywać różne podzbiory reguł wybrane w kolejnym kroku po uaktywnieniu reguły w tym stanie. Możemy również powiedzieć, że zadaniem składnika $\{s\}$ w regule jest przełączanie na kolejny stan maszyny.

Przy zamianie produkcji na reguły praca maszyny polega na cyklicznym wykonywaniu zestawu następujących czynności zwanych krokiem maszyny:

- głowica odczytuje bity x_1 i x_2 ze ścieżek taśmy (z komórki pod głowicą),
- maszyna sprawdza, czy któraś z reguł zawarta w podzbiorze reguł wskazanym przez składnik $\{s\}$ poprzednio uaktywnionej reguły (lub wskazany w stanie początkowym maszyny), nie ma w części warunkowej $\{x_1, x_2\}$ tych samych bitów x_1, x_2 odczytanych z komórki taśmy. Jeżeli jest taka reguła, to jest ona uaktywniona i bit $\{y\}$ z części wykonawczej tej reguły, zapisywany jest przez głowicę do komórki na trzecią ścieżkę taśmy y . Jeżeli taka reguła nie zostaje znaleziona kończy to pracę maszyny z flagą niezgodności.
- maszyna przechodzi do następnej komórki taśmy.

Maszyna kończy swoją pracę po wykonaniu 8 lub 16 bądź 32, 64, 128, 256, ... kroków (w zależności od potrzebnego zakresu przetwarzanych ciągów bitowych) lub gdy nie zostanie znaleziona pasująca reguła do odczytanych bitów x_1, x_2 .

Po wstawieniu składnika $\{s\}$ do części wykonawczej produkcji uzyskana reguła ma następującą postać:

$$\{x_1, x_2\} \rightarrow \{y, s\}$$

która zapisywana jest w skrócie jako $\{x_1, x_2, y, s\}$

gdzie:

$\rightarrow$	uaktywnienie reguły po spełnieniu warunków $\{x_1, x_2\}$
$\{x_1, x_2\}$	część warunkowa reguły
$\{y, s\}$	część wykonawcza reguły
$\{x_1, x_2, y, s\}$	produkcja zawarta w regule

Oznacza to, że reguła nie może już być identyfikowana poprzez produkcję, gdyż występuje dodatkowy składnik $\{s\}$, którego produkcja już nie ma.

W standardowej maszynie Turinga w części wykonawczej reguły znajduje się jeszcze oznaczenie kierunku ruchu głowicy (w lewo lub w prawo). Ponieważ ograniczamy się tutaj do maszyny jednokierunkowej to wskazanie kierunku ruchu głowicy zostało pominięte (odpowiednikiem jednokierunkowej maszyny Turinga jest automat).

Maszyny jednofunkcyjne

Składnik $\{s\}$ poprzednio uaktywnionej reguły prezentuje jednowartościową funkcję $\{y\} = f_{\{s\}}(\{x_1, x_2\})$ taką, że dla różnych stanów $\{s\}$ i tych samych argumentów $\{x_1, x_2\}$ funkcja $f_{\{s\}}$, przyporządkowana tym stanom, przypisuje inną wartość $\{y\}$. Wynika stąd, że w każdym stanie są inne produkcje

identyfikowane liczbą trzybitową $\{x_1, x_2, y\}$. Maszynę, która sterowana jest wyłącznie jednym stanem (podzbiorem reguł) nazywamy maszyną jednofunkcyjną. Jest ona równoznaczna maszynie kombinacyjnej, w której stan wyjść zależy wyłącznie od stanu wejść. Każda reguła wskazuje więc konkretną maszynę jednofunkcyjną do wykonania zadania. Z powyższego wynika, że dla tych samych bitów x_1, x_2 odczytanych z komórki taśmy, inna maszyna jednofunkcyjna wpisuje na ścieżkę wyjściową inny bit y . Oznacza to, że gdy w kolejnym kroku maszyny zostanie wskazana, poprzez tę samą wartość $\{s\}$, ta sama maszyna jednofunkcyjna to dla tych samych bitów x_1, x_2 odczytanych z komórki taśmy wpisuje ona na ścieżkę ten sam bit y . Jeżeli natomiast w kolejnym kroku wskazana będzie, poprzez inną wartość $\{s\}$, inna maszyna jednofunkcyjna to dla tych samych bitów x_1, x_2 odczytanych w komórki taśmy zostaje wpisany na ścieżkę inny bit y .

Inaczej mówiąc składnik $\{s\}$ w regule przełącza na kolejną maszynę jednofunkcyjną, przy czym może to być ta sama lub inna maszyna jednofunkcyjna.

W związku z powyższym maszyna skończenie stanowa może być też nazwana maszyną kombinacyjno stanową, gdyż każdy stan przedstawia inną maszynę kombinacyjną. Maszynę skończenie stanową można też nazwać maszyną regularną złożoną z maszyn kombinacyjnych.

Ilość stanów i ilość reguł w każdym stanie można łatwo obliczyć. Dla maszyny posiadającej dwie ścieżki wejściowe i jedną ścieżkę wyjściową występują $2^1 = 2$ stany po $2^2 = 4$ reguły w każdym stanie. Analogicznie dla maszyny wielościeżkowej posiadającej m jednobitowych ścieżek wejściowych i r jednobitowych ścieżek wyjściowych występuje 2^r stanów po 2^m reguł w każdym stanie (wiele stanów może być w praktyce przez reguły nieobsadzonych; uzależnione jest to od zadania, jakie maszyna ma wykonać).

W jednym kroku maszyny wielościeżkowej głowica wykonuje m odczytów jednocześnie, a po znalezieniu reguły i jej uaktywnieniu głowica wykonuje r zapisów jednocześnie (kwestia realizacji głowicy zależy jedynie od jej konstruktora). Taką głowicą jest na przykład pojedynczy neuron zawierający nawet dziesiątki tysięcy ścieżek wejściowych i jedną ścieżkę wyjściową.

Zamiana reguł na asocjacje produkcji

Posługiwanie się regułami zamiast produkcjami jest bardzo kłopotliwe, ponieważ reguła $\{x_1, x_2, y, s\}$, oprócz produkcji o prostej postaci $\{x_1, x_2, y\}$, zawiera jeszcze dodatkowy składnik $\{s\}$ wskazujący podzbiór reguł zwany stanem, do którego ograniczone będzie poszukiwanie następnej reguły do uaktywnienia poprzez przyrównywanie części warunkowej $\{x_1, x_2\}$ do bitów x_1, x_2 odczytanych z komórki taśmy.

Niech będą określone dwa identyczne zbiory reguł, zgodne aksjomatyczną teorią mnogości, to znaczy każda produkcja (zawarta w regule) powtarza się w danym zbiorze tylko raz. Jeżeli podzbiór reguł pierwszego zbioru, posiadających tę samą wartość składnika $\{s\}$, skojarzymy z podzbiorem reguł drugiego zbioru będący stanem to parę tych podzbiorów reguł, z uwzględnieniem tylko produkcji (czyli po pominięciu $\{s\}$), nazywany asocjacją. Pierwszy podzbiór (wskazujący) nazywamy poprzednikiem asocjacji, a drugi podzbiór (wskazywany) nazywamy następnikiem asocjacji.

Przełączanie na kolejny stan maszyny regułowej w oparciu o składnik $\{s\}$ reguły, zostaje zamienione na szukanie asocjacji zawierającej w poprzedniku taką samą produkcję jaką zawiera uaktywniona reguła, a po jej znalezieniu wskazany zostaje następnik tej asocjacji, jako stan następny. Przełączanie między stanami odpowiada przełączaniu asocjacji, przy czym może to być ta sama asocjacja lub inna.

Asocjacje produkcji dzięki algorytmom zwanym prawami asocjacji (omówionymi w dalszej części pracy) mogą być automatycznie tworzone na podstawie ciągu produkcji wejściowych zwanego ciągiem uczącym. Mechanizm samouczenia się może być zrealizowany przez samą asocjacyjną

maszynę Turinga (mechanizm ten omówiono także w dalszej części pracy). Można przyjąć, że mechanizm oparty na prawach asocjacji jest naturalnym elementem funkcjonowania biologicznych sieci neuronowych.

Sterowanie maszyny w oparciu o zbiór asocjacji polega na cyklicznym wykonywaniu zestawu następujących czynności zwanych krokiem maszyny:

- głowica odczytuje bity x_1 i x_2 ze ścieżek taśmy (z komórki pod głowicą),
- maszyna szuka w następniku asocjacji znalezionej w poprzednik kroku (lub wskazanej w stanie początkowym) takiej produkcji, której część warunkowa $\{x_1, x_2\}$ pasuje do odczytanych bitów x_1, x_2 . Jeżeli jest taka produkcja, to jest ona uaktywniana i bit $\{y\}$ z części wykonawczej tej produkcji, zapisywany jest przez głowicę do komórki na trzecią ścieżkę taśmy y . W przeciwnym razie maszyna kończy pracę z flagą niezgodności. Następnie maszyna szuka asocjacji, w której poprzedniku znajduje się produkcja równa uaktywnionej produkcji. Jeżeli nie ma takiej asocjacji maszyna również kończy pracę z flagą niezgodności,
- głowica przechodzi do następnej komórki taśmy.

Maszyna kończy swoją pracę po wykonaniu 8 lub 16 bądź 32, 64, 128, 256, ... kroków (w zależności od potrzebnego zakresu przetwarzanych ciągów bitowych) lub gdy nie zostanie znaleziona asocjacja lub pasująca produkcja do odczytanych bitów x_1, x_2 .

Właściwości asocjacji

Jeżeli zbiór produkcji $\{x_1, x_2, y\}$ jest poprawny w sensie aksjomatycznej teorii mnogości, to zbiór ten jest zbiorem Ω zwanym przestrzenią lub uniwersum. Zbiór ten charakteryzuje się tym, że nie ma w nim powtarzającej się produkcji. Jeżeli podzielimy zbiór produkcji, w sposób dowolny, na mniejsze podzbiory to podzbiory te są rozłączne (nie mają wspólnych produkcji).

Podział zbioru produkcji na podzbiory produkcji, pochodzących od reguł $\{x_1, x_2, y, s\}$ mających tą samą wartość wskazania $\{s\}$, daje strukturę złożoną z podzbiorów rozłącznych zwaną zbiorem poprzedników asocjacji.

Natomiast podział zbioru produkcji na podzbiory produkcji, pochodzących od reguł $\{x_1, x_2, y, s\}$ należących do jednego stanu, daje strukturę złożoną z zbiorów rozłącznych zwaną zbiorem następników asocjacji.

Parę złożoną z poprzednika asocjacji i następnika asocjacji, w której poprzednik asocjacji wskazuje następnik asocjacji wskazaniem odziedziczonym po składniku $\{s\}$ reguły nazywamy asocjacją.

Działanie asocjacji jest takie, że po uaktywnieniu dowolnej produkcji $\{x_1, x_2, y\}$ szukana jest asocjacja, w której poprzedniku znajduje się produkcja równa uaktywnionej produkcji. Po znalezieniu takiej asocjacji w jej następniku szukana jest produkcja, której część warunkowa $\{x_1, x_2\}$ pasuje do odczytanych z komórki taśmy bitów x_1, x_2 . Jeżeli istnieje taka produkcja jest ona uaktywniana, itd.

Asocjacje umożliwiają przeprowadzenie następujących operacji:

1) **Szukanie asocjacji**, w której poprzedniku znajduje się produkcja równa ostatnio uaktywnionej produkcji oraz **szukanie produkcji** w następniku znalezionej poprzednio asocjacji, której część warunkowa $\{x_1, x_2\}$ pasuje do odczytanych z komórki taśmy bitów x_1, x_2 .

2) **Konsolidacja** jest procesem połączenia dwóch asocjacji nierozłącznych w jedną asocjację w celu przywrócenia rozłączności w zbiorze asocjacji.

Dwie asocjacje są nierozłączne, jeżeli zbiory produkcji należących do poprzedników tych asocjacji lub zbiory produkcji należących do następników tych asocjacji są nierozłączne.

Prostym sposobem na przywrócenie rozłączności jest konsolidacja nierozłącznych asocjacji w jedną asocjację, w której poprzednikiem jest suma zbiorów produkcji poprzedników tych asocjacji, a następnikiem jest suma zbiorów produkcji następników tych asocjacji.

Prawa asocjacji regularnych

1) Para produkcji p i n powiązanych ze sobą relacją następstwa $p \rightarrow n$ reprezentowana jest przez asocjację elementarną (jednostkową) $p\ n$, gdzie p jest poprzednikiem asocjacji a n jest następnikiem asocjacji.

$$p \rightarrow n \Rightarrow p\ n$$

2) Dwie pary produkcji p i $n1$ oraz p i $n2$ powiązanych ze sobą relacją następstwa $p \rightarrow n1$ i $p \rightarrow n2$ reprezentowane są przez asocjację $p\ (n1, n2)$, gdzie p jest poprzednikiem asocjacji a $(n1, n2)$ jest następnikiem asocjacji. Zapis $(n1, n2)$ oznacza, że produkcje $n1$ i $n2$ są alternatywne ($n1 \vee n2$).

$$p \rightarrow n1, p \rightarrow n2 \Rightarrow p\ (n1, n2)$$

3) Dwie pary produkcji $p1$ i n oraz $p2$ i n powiązanych ze sobą relacją następstwa $p1 \rightarrow n$ i $p2 \rightarrow n$ reprezentowane są przez asocjację $(p1, p2)\ n$, gdzie $(p1, p2)$ jest poprzednikiem asocjacji a n jest następnikiem asocjacji. Zapis $(p1, p2)$ oznacza, że produkcje są alternatywne ($p1 \vee p2$).

$$p1 \rightarrow n, p2 \rightarrow n \Rightarrow (p1, p2)\ n$$

4) Ciąg produkcji: $p1, p2, p3, p4, \dots$ reprezentowany jest przez ciąg asocjacji elementarnych: $p1\ p2, p2\ p3, p3\ p4, \dots$

$$p1, p2, p3, p4, \dots \Rightarrow p1\ p2, p2\ p3, p3\ p4, \dots$$

5) Asocjacją złożoną nazywamy asocjację $P\ N = (p1, p2, p3, \dots)\ (n1, n2, n3, \dots)$ gdzie: P jest zbiorem alternatywnych poprzedników, a N jest zbiorem alternatywnych następników.

6) Dwie asocjacje $A\ B$ i $C\ D$ są ortogonalne (rozłączne) jeżeli iloczyn zbiorów $A \cap C$ jest zbiorem pustym i iloczyn zbiorów $B \cap D$ jest zbiorem pustym.

$$(A \cap C = \emptyset) \wedge (B \cap D = \emptyset)$$

7) Dwie asocjacje $A\ B$ i $C\ D$ są nieortogonalne (nierozłączne) jeżeli iloczyn zbiorów $A \cap C$ nie jest zbiorem pustym lub iloczyn zbiorów $B \cap D$ nie jest zbiorem pustym.

$$(A \cap C \neq \emptyset) \vee (B \cap D \neq \emptyset)$$

8) Prawo konsolidacji asocjacji.

Dwie nieortogonalne (nierozłączne) asocjacje $P1\ N1$ oraz $P2\ N2$ można połączyć w jedną asocjację $P\ N$, gdzie P jest sumą zbiorów $P1$ i $P2$, a N jest sumą zbiorów $N1$ i $N2$, co można przedstawić następująco:

Jeżeli

$$(P1 \cap N1 \neq \emptyset) \vee (P2 \cap N2 \neq \emptyset)$$

to

$$P1\ N1, P2\ N2 \Rightarrow (P1 \cup P2)\ (N1 \cup N2)$$

9) Jeżeli szereg produkcji posiada asocjację regularną, to struktura tej asocjacji wynika z tego szeregu.

10) Szereg produkcji posiada asocjacje regularne, jeżeli następniiki tych asocjacji są stanami (te same warunki uaktywnienia spełnia nie więcej niż jedna produkcja).

11) Sterowanie asocjacyjnej jednokierunkowej maszyny Turinga opiera się na prawach asocjacji regularnej i wszędzie tam, gdzie występują te prawa, występuje równoważna asocjacyjna maszyna Turinga.

Przykład maszyny asocjacyjnej

Rozważmy przypadek jednokierunkowej trzyścieżkowej asocjacyjnej maszyny Turinga z dwiema ścieżkami wejściowymi $x1$ i $x2$ oraz jedną ścieżką wyjściową y . Na ścieżkach $x1$ i $x2$ umieszczono ciągi binarne liczb 793319747 i 484756265 w następujący sposób:

$x1 = 0101111010010010001100101000011$	(793319747)
$x2 = 0011100111001001100101100101001$	(484756265)
(MSB)	(LSB)

Format zapisu ciągów binarnych jest taki, że najmniej znaczący bit (ang. least significant bit, LSB) znajduje się po prawej stronie ciągu, a najbardziej znaczący bit (ang. Most Significant Bit, MSB) znajduje się po lewej stronie ciągu. Przy takim formacie zapisu ciągów binarnych ruch głowicy maszyny Turinga odbywa się od lewego bitu LSB do prawego bitu MSB (jest to kierunek przeciwny do ruchu wskazówki zegara). Maszyna po zrobieniu wszystkich kroków, wypełnia ścieżkę wyjściową y ciągiem binarnym liczby 1278076012.

$y = 1001100001011011110010001101100$ (1278076012)

Powstaje pytanie, jakim zbiorem asocjacji sterowana jest ta maszyna?

W celu udzielenia odpowiedzi na to pytanie pokażmy to zadanie na rysunku. Poniższy rysunek przedstawia taśmę z trzybitowymi komórkami. Bity $x1$ i $x2$ są odczytywane przez głowicę w pojedynczym kroku maszyny. Po odczytaniu tych bitów szukana jest produkcja w następniku asocjacji, której warunki $\{x1, x2\}$ odpowiadają tym bitom. Następnik ten należy do asocjacji, w której poprzedniku znajduje się produkcja równa ostatnio uaktywnionej produkcji. Po znalezieniu produkcji $\{x1, x2, y\}$ głowica wpisuje wartość $\{y\}$ do ścieżki y .

		← kierunek ruchu głowicy																													
(MSB)	głowica																												(LSB)		
x1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	
x2	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1
y	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0
p	4	1	2	7	7	1	1	2	3	6	0	5	6	0	5	6	6	4	1	3	4	2	3	0	5	6	0	6	4	1	3
taśma z komórkami trzybitowymi																															

taśma z komórkami trzybitowymi

W wierszu p umieszczono ciąg wartości liczb trzybitowych odpowiadający kolejnych produkcjom $\{x1, x2, y\}$, w których najmniej znaczącym bitem (LSB) jest $\{x1\}$, a najbardziej znaczącym bitem (MSB) jest $\{y\}$. Ciąg produkcji, po przejściu głowicy przez komórki taśmy, licząc od strony bitu LSB, jest następujący:

(LSB) (MSB)
 $p = 3, 1, 4, 6, 0, 6, 5, 0, 3, 2, 4, 3, 1, 4, 6, 6, 5, 0, 6, 5, 0, 6, 3, 2, 1, 1, 7, 7, 2, 1, 4$

Stosując 4 prawo asocjacji (zamiana ciągu produkcji na ciąg asocjacji jednostkowych), a następnie 8 prawo asocjacji (konsolidacja asocjacji), łączymy w pierwszym etapie konsolidacji asocjacje jednostkowe posiadające ten sam poprzednik uzyskując asocjacje jak w tabeli. W drugim etapie konsolidacji likwidujemy asocjacje nierozłączne uzyskując asocjacje jedynie ortogonalne.

$p = 3, 1, 4, 6, 0, 6, 5, 0, 3, 2, 4, 3, 1, 4, 6, 6, 5, 0, 6, 5, 0, 6, 3, 2, 1, 1, 7, 7, 2, 1, 4$ asoc = 3 1, 1 4, 4 6, 6 0, 0 6, 6 5, 5 0, 0 3, 3 2, 2 4, 4 3, 3 1, 1 4, 4 6, 6 5, 5 0, 0 6, 6 3, 3 2, 2 1, 1 1, 1 7, 7 7, 7 2, 2 1, 1 4	
Pierwszy etap konsolidacji	Drugi etap konsolidacji
3 (1,2) 1 (1,4) 4 (3,6) 6 (0,3,5,6) 0 (3,6) 5 (0) 2 (1,4) 7 (2,7)	(1,2,3,7) (<u>4</u> , 1, 2, 7) (0,4,5,6) (0, 5, 6, <u>3</u>)

Uwaga! Kolejność produkcji w następniku i poprzedniku asocjacji nie ma znaczenia.

Po drugim etapie konsolidacji uzyskujemy dwie asocjacje ortogonalne, których następniki reprezentują dwa stany. Można zauważyć, że jeżeli produkcja, która występuje w następniku asocjacji nie powtarza się w jej poprzedniku (zaznaczono ją podkreśleniem). Oznacza ona przełączenie (skok) do asocjacji, w której poprzedniku znajduje się ta produkcja. Produkcję tą nazywamy krawędzią asocjacji. Jeżeli produkcja w następniku asocjacji powtarza się w jej poprzedniku, oznacza to przełączenie (skok) do tej samej asocjacji. Produkcję tą nazywamy niekrawędzią asocjacji. Okazuje się, że uzyskane asocjacje przedstawiają dodawanie liczb binarnych.

Maszyna asocjacyjna	Maszyna Turinga
Zbiór reguł uzyskanych z asocjacji	Zbiór reguł dla dodawania binarnego
0: 0 {0,0 0} → 0 5 {1,0 1} → 0 6 {0,1 1} → 0 <u>3</u> {1,1 0} → 1 1: <u>4</u> {0,0 1} → 0 1 {1,0 0} → 1 2 {0,1 0} → 1 7 {1,1 1} → 1	0: 0 {0,0 0} → 0 5 {1,0 1} → 0 6 {0,1 1} → 0 <u>3</u> {1,1 0} → 1 1: <u>4</u> {0,0 1} → 0 1 {1,0 0} → 1 2 {0,1 0} → 1 7 {1,1 1} → 1

Samoucząca się maszyna asocjacyjna

Poprzedni przykład pokazuje, że jeżeli nie znamy asocjacji sterujących pracą maszyny Turinga, to asocjacje te można otrzymać z ciągu produkcji stosując takie prawa asocjacji jak: zamiana ciągu produkcji na ciąg asocjacji elementarnych oraz konsolidacja asocjacji elementarnych.

Przykład 1

Rozważmy kolejny przykład jednokierunkowej trzyścieżkowej asocjacyjnej maszyny Turinga z dwiema ścieżkami wejściowymi x_1 i x_2 oraz jedną ścieżką wyjściową y . Na ścieżkach x_1 i x_2 umieszczono ciągi binarne liczb 793319747 i 484756265, a na ścieżce y umieszczono ciąg binarny liczby 205523201 w następujący sposób:

$x_1 = 0101111010010010001100101000011$	(793319747)
$x_2 = 0011100111001001100101100101001$	(484756265)
$y = 00011000100000000000100100000001$	(205523201)
(MSB)	(LSB)

 $p = 0127711272012012201702701202017$

W wierszu p umieszczono ciąg wartości liczb trzybitowych odpowiadający kolejnych produkcjom $\{x_1, x_2, y\}$. Najmniej znaczącym bitem (LSB) w strukturze produkcji jest $\{x_1\}$, a najbardziej znaczącym bitem (MSB) jest $\{y\}$. Ciąg produkcji od strony LSB do strony MSB jest następujący:

$p = 7,1,0,2,0,2,1,0,7,2,0,7,1,0,2,2,1,0,2,1,0,2,7,2,1,1,7,7,2,1,0$

W pierwszym etapie konsolidacji łączymy asocjacje elementarne posiadające ten sam poprzednik, a w drugim etapie łączymy asocjacje nierozłączne:

$p = 7,1,0,2,0,2,1,0,7,2,0,7,1,0,2,2,1,0,2,1,0,2,7,2,1,1,7,7,2,1,0$ $asoc = 7 \ 1,1 \ 0,0 \ 2,2 \ 0,0 \ 2,2 \ 1,1 \ 0,0 \ 7,7 \ 2,2 \ 0,0 \ 7,7 \ 1,1 \ 0,0 \ 2,2 \ 2,2 \ 1,1 \ 0,0 \ 2,2 \ 1,1 \ 0,0 \ 2,2 \ 7,7 \ 2,2 \ 1,1 \ 1,1 \ 7,7 \ 7,7 \ 2,2 \ 1,1 \ 0$

Pierwszy etap konsolidacji	Drugi etap konsolidacji
7 (1,2,7) 1 (0,1) 0 (2,7) 2 (0,1,2,7)	(0,1,2,7) (0,1,2,7)

Po drugim etapie konsolidacji otrzymujemy jedną asocjację. Asocjacja ta nie posiada żadnej krawędzi (wszystkie produkcje w następniku występują w poprzedniku), a więc odpowiada ona maszynie jednofunkcyjnej (jednemu stanowi), która jest maszyną kombinacyjną.

Asocjację tą można przedstawić również w postaci zbioru reguł.

Maszyna asocjacyjna	Maszyna Turinga
Zbiór reguł uzyskanych z asocjacji	Zbiór reguł dla operacji AND
0: 0 {0,0 0} → 0 1 {1,0 0} → 0 2 {0,1 0} → 0 7 {1,1 1} → 0	0: 0 {0,0 0} → 0 1 {1,0 0} → 0 2 {0,1 0} → 0 7 {1,1 1} → 0

Przykład 2

Rozważmy kolejny przypadek jednokierunkowej trzyścieżkowej asocjacyjnej maszyny Turinga z dwiema ścieżkami wejściowymi x_1 i x_2 oraz jedną ścieżką wyjściową y . Na ścieżkach x_1 i x_2 umieszczono ciągi binarne liczb 793319747 i 484756265, a na ścieżce y umieszczono ciąg binarny liczby 1072552811 w następujący sposób:

$x_1 = 0101111010010010001100101000011$	(793319747)
$x_2 = 0011100111001001100101100101001$	(484756265)
$y = 01111111101101101101101101011$	(1072552811)
(MSB)	(LSB)

 $p = 0567755676056056605706705606057$

W wierszu p umieszczono ciąg wartości liczb trzybitowych odpowiadający kolejnych produkcjom $\{x_1, x_2, y\}$. Najmniej znaczącym bitem (LSB) w strukturze produkcji jest $\{x_1\}$, a najbardziej znaczącym bitem (MSB) jest $\{y\}$. Ciąg produkcji od strony LSB do strony MSB jest następujący:

$p = 7,5,0,6,0,6,5,0,7,6,0,7,5,0,6,6,5,0,6,5,0,6,7,6,5,5,7,7,6,5,0$

W pierwszym etapie konsolidacji łączymy asocjacje elementarne posiadające ten sam poprzednik, a w drugim etapie łączymy asocjacje nierozłączne:

$p = 7,5,0,6,0,6,5,0,7,6,0,7,5,0,6,6,5,0,6,5,0,6,7,6,5,5,7,7,6,5,0$ $asoc = 7\ 5,5\ 0,0\ 6,6\ 0,0\ 6,6\ 5,5\ 0,0\ 7,7\ 6,6\ 0,0\ 7,7\ 5,5\ 0,0\ 6,6\ 6,6\ 5,5\ 0,0\ 6,6\ 5,5\ 0,0\ 6,6\ 7,7\ 6,6\ 5,5\ 5,$ $5\ 7,7\ 7,7\ 6,6\ 5,5\ 0$	
Pierwszy etap konsolidacji	Drugi etap konsolidacji
7 (5,6,7) 5 (0,5,7) 0 (6,7) 6 (0,5,6,7)	(0,5,6,7) (0,5,6,7)

Po drugim etapie konsolidacji otrzymujemy jedną asocjację. Asocjacja ta nie posiada żadnej krawędzi (wszystkie produkcje w następniku występują w poprzedniku), a więc odpowiada ona maszynie jednofunkcyjnej (jednemu stanowi), która jest maszyną kombinacyjną.

Asocjację tą można przedstawić również w postaci zbioru reguł.

Maszyna asocjacyjna	Maszyna Turinga
Zbiór reguł uzyskanych z asocjacji	Zbiór reguł dla operacji OR
0: $0\ \{0,0 0\} \rightarrow 0$ $5\ \{1,0 1\} \rightarrow 0$ $6\ \{0,1 1\} \rightarrow 0$ $7\ \{1,1 1\} \rightarrow 0$	0: $0\ \{0,0 0\} \rightarrow 0$ $5\ \{1,0 1\} \rightarrow 0$ $6\ \{0,1 1\} \rightarrow 0$ $7\ \{1,1 1\} \rightarrow 0$

Przykład 3

Rozważmy kolejny przypadek jednokierunkowej trzyścieżkowej asocjacyjnej maszyny Turinga z dwiema ścieżkami wejściowymi x_1 i x_2 oraz jedną ścieżką wyjściową y . Na ścieżkach x_1 i x_2 umieszczono ciągi binarne liczb 793319747 i 484756265, a na ścieżce y umieszczono ciąg binarny liczby 867029610 w następujący sposób:

$x_1 = 0101111010010010001100101000011$	(793319747)
$x_2 = 0011100111001001100101100101001$	(484756265)
$y = 0110011101011011101001001101010$	(867029610)
(MSB)	(LSB)

 $p = 0563355636056056605306305606053$

W wierszu p umieszczono ciąg wartości liczb trzybitowych odpowiadający kolejnych produkcjom $\{x_1, x_2, y\}$. Najmniej znaczącym bitem (LSB) w strukturze produkcji jest $\{x_1\}$, a najbardziej znaczącym bitem (MSB) jest $\{y\}$. Ciąg produkcji od strony LSB do strony MSB jest następujący:

$p = 3,5,0,6,0,6,5,0,3,6,0,3,5,0,6,6,5,0,6,5,0,6,3,6,5,5,3,3,6,5,0$

W pierwszym etapie konsolidacji łączymy asocjacje elementarne posiadające ten sam poprzednik, a w drugim etapie łączymy asocjacje nierozłączne:

$p = 3,5,0,6,0,6,5,0,3,6,0,3,5,0,6,6,5,0,6,5,0,6,3,6,5,5,3,3,6,5,0$ $asoc = 3\ 5,5\ 0,0\ 6,6\ 0,0\ 6,6\ 5,5\ 0,0\ 3,3\ 6,6\ 0,0\ 3,3\ 5,5\ 0,0\ 6,6\ 6,6\ 5,5\ 0,0\ 6,6\ 5,5\ 0,0\ 6,6\ 3,3\ 6,6\ 5,5\ 5,$ $5\ 3,3\ 3,3\ 6,6\ 5,5\ 0$	
Pierwszy etap konsolidacji	Drugi etap konsolidacji
3 (3,5,6) 5 (0,5) 0 (3,6) 6 (0,3,5,6)	(0,3,5,6) (0,3,5,6)

Po drugim etapie konsolidacji otrzymujemy jedną asocjację. Asocjacja ta nie posiada żadnej krawędzi (wszystkie produkcje w następniku występują w poprzedniku), a więc odpowiada ona maszynie jednofunkcyjnej (jednemu stanowi), która jest maszyną kombinacyjną.

Asocjację tą można przedstawić również w postaci zbioru reguł.

Maszyna asocjacyjna	Maszyna Turinga
Zbiór reguł uzyskanych z asocjacji	Zbiór reguł dla operacji XOR
0: $0\ \{0,0 0\} \rightarrow 0$ $5\ \{1,0 1\} \rightarrow 0$ $6\ \{0,1 1\} \rightarrow 0$ $3\ \{1,1 0\} \rightarrow 0$	0: $0\ \{0,0 0\} \rightarrow 0$ $5\ \{1,0 1\} \rightarrow 0$ $6\ \{0,1 1\} \rightarrow 0$ $3\ \{1,1 0\} \rightarrow 0$

Przykład 4

Rozważmy kolejny przypadek jednokierunkowej trzyścieżkowej asocjacyjnej maszyny Turinga z dwiema ścieżkami wejściowymi x_1 i x_2 oraz jedną ścieżką wyjściową y . Na ścieżkach x_1 i x_2 umieszczono ciągi binarne liczb 793319747 i 0, a na ścieżce y umieszczono ciąg binarny liczby 1354163900 w następujący sposób:

$x_1 = 01011111010010010001100101000011$	(793319747) - operacja jednoargumentowa
$x_2 = 00000000000000000000000000000000$	(0000000000)
$y = 1010000101101101110011010111100$	(1354163900)
(MSB)	(LSB)

 $p = 4141111414414414441144141444411$

W wierszu p umieszczono ciąg wartości liczb trzybitowych odpowiadający kolejnych produkcjom $\{x_1, x_2, y\}$. Najmniej znaczącym bitem (LSB) w strukturze produkcji jest $\{x_1\}$, a najbardziej znaczącym bitem (MSB) jest $\{y\}$. Ciąg produkcji od strony LSB do strony MSB jest następujący:

$p = 1,1,4,4,4,4,1,4,1,4,4,1,1,4,4,4,1,4,4,1,4,4,1,4,1,1,1,1,4,1,4$

W pierwszym etapie konsolidacji łączymy asocjacje elementarne posiadające ten sam poprzednik, a w drugim etapie łączymy asocjacje nierozłączne:

$p = 1,1,4,4,4,4,1,4,1,4,4,1,1,4,4,4,1,4,4,1,4,4,1,4,1,1,1,1,4,1,4$ $asoc = 1 \ 1,1 \ 4,4 \ 4,4 \ 4,4 \ 4,4 \ 1,1 \ 4,4 \ 1,1 \ 4,4 \ 4,4 \ 1,1 \ 1,1 \ 4,4 \ 4,4 \ 4,4 \ 1,1 \ 4,4 \ 4,4 \ 1,1 \ 4,4 \ 1,1 \ 1,1$ $1 \ 1,1 \ 1,1 \ 4,4 \ 1,1 \ 4$	
Pierwszy etap konsolidacji	Drugi etap konsolidacji
1 (1,4) 4 (1,4)	(1,4) (1,4)

Po drugim etapie konsolidacji otrzymujemy jedną asocjację. Asocjacja ta nie posiada żadnej krawędzi (wszystkie produkcje w następniku występują w poprzedniku), a więc odpowiada ona maszynie jednofunkcyjnej (jednemu stanowi), która jest maszyną kombinacyjną.

Asocjację tą można przedstawić również w postaci zbioru reguł.

Maszyna asocjacyjna	Maszyna Turinga
Zbiór reguł uzyskanych z asocjacji	Zbiór reguł dla jednoargumentowej operacji NOT
0: $1 \{1,0 0\} \rightarrow 0$ $4 \{0,0 1\} \rightarrow 0$	0: $1 \{1,0 0\} \rightarrow 0$ $4 \{0,0 1\} \rightarrow 0$

Przykład 5

Rozważmy przypadek jednokierunkowej trzyścieżkowej asocjacyjnej maszyny Turinga z dwiema ścieżkami wejściowymi x_1 i x_2 oraz jedną ścieżką wyjściową y . Na ścieżkach x_1 i x_2 umieszczono ciągi binarne liczb 793319747 i 484756265, a na ścieżce y umieszczono ciąg binarny liczby 1074930836 w następujący sposób:

$x_1 = 0101111010010010001100101000011$	(793319747)
$x_2 = 0011100111001001100101100101001$	(484756265)
$y = 1000000000100100010010010010100$	(1074930836)
(MSB)	(LSB)

 $p = 4123311232412412241342341242413$

W wierszu p umieszczono ciąg wartości liczb trzybitowych odpowiadający kolejnych produkcjom $\{x_1, x_2, y\}$. Najmniej znaczącym bitem (LSB) w strukturze produkcji jest $\{x_1\}$, a najbardziej znaczącym bitem (MSB) jest $\{y\}$. Ciąg produkcji od strony LSB do strony MSB jest następujący:

$p = 3,1,4,2,4,2,1,4,3,2,4,3,1,4,2,2,1,4,2,1,4,2,3,2,1,1,3,3,2,1,4$

W pierwszym etapie konsolidacji łączymy asocjacje elementarne posiadające ten sam poprzednik, a w drugim etapie łączymy asocjacje nierozłączne:

$p = 3, 1, 4, 2, 4, 2, 1, 4, 3, 2, 4, 3, 1, 4, 2, 2, 1, 4, 2, 3, 2, 1, 1, 3, 3, 2, 1, 4$ $asoc = 3 \ 1, 1 \ 4, 4 \ 2, 2 \ 4, 4 \ 2, 2 \ 1, 1 \ 4, 4 \ 3, 3 \ 2, 2 \ 4, 4 \ 3, 3 \ 1, 1 \ 4, 4 \ 2, 2 \ 2, 2 \ 1, 1 \ 4, 4 \ 2, 2 \ 1, 1 \ 4, 4 \ 2, 2 \ 3, 3 \ 2, 2 \ 1, 1 \ 1, 1 \ 3, 3 \ 3, 3 \ 2, 2 \ 1, 1 \ 4$	
Pierwszy etap konsolidacji	Drugi etap konsolidacji
1 (1,4) 2 (1,3,2,4) 3 (1,2,3) 4 (2,3)	(1,2,3,4) (1,2,3,4)

Po drugim etapie konsolidacji otrzymujemy jedną asocjację. Asocjacja ta nie posiada żadnej krawędzi (wszystkie produkcje w następniku występują w poprzedniku), a więc odpowiada ona maszynie jednofunkcyjnej (jednemu stanowi), która jest maszyną kombinacyjną.

Asocjację tą można przedstawić również w postaci zbioru reguł.

Maszyna asocjacyjna	Maszyna Turinga
Zbiór reguł uzyskanych z asocjacji	Zbiór reguł dla dwuargumentowej operacji NOT
0: 4 {0,0 1} → 0 1 {1,0 0} → 0 2 {0,1 0} → 0 3 {1,1 0} → 0	0: 4 {0,0 1} → 0 1 {1,0 0} → 0 2 {0,1 0} → 0 3 {1,1 0} → 0

Samoucząca się asocjacyjna jednostka arytmetyczno-logiczna

Jednostką arytmetyczno-logiczną (ang. Arithmetic and Logical Unit, ALU) nazywamy układ cyfrowy wykonujący operacje arytmetyczne i logiczne, między innymi operacje dwuargumentowe na dwóch liczbach x_1 i x_2 , a liczba y jest wynikiem operacji. Jednostka ta może wykonywać także operacje jednoargumentowe na jednej liczbie x_1 .

Standardowo taką jednostkę wykonuje się z zespołu bramek logicznych. Każda z podstawowych operacji ma swoją implementację na bramkach logicznych. Operacje logiczne to między innymi: AND, OR, XOR, NOT a operacją arytmetyczną jest dodawanie liczb binarnych. Pozostałe operacje można uzyskać przez złożenie operacji poprzednich. Na przykład, odejmowanie może być zastąpione operacją dodawania do liczby ujemnej, a liczba ujemna może być zastąpiona liczbą dodatnią, operacją NOT i dodawaniem (+1). Operacja mnożenia może być zastąpiona serią operacji dodawania z przesuwaniem, a operacja dzielenia można zastąpić serią operacji odejmowania z przesuwaniem z drugą stroną.

Jak pokazały wcześniejsze przykłady, rolę jednostki arytmetyczno-logicznej może spełniać z powodzeniem jednokierunkowa trzyscieżkowa asocjacyjna maszyna Turinga. W tym przypadku, zamiast projektować poszczególne operacje na bramkach logicznych, wystarczy podać maszynie, dla każdej operacji, ciąg danych uczących, aby z każdego ciągu sama stworzyła odpowiednią dla każdej operacji asocjację sterującą maszyną.

Wydawać by się mogło, że jednostka arytmetyczno-logiczna na bramkach logicznych może wykonać daną operację na wszystkich komórkach taśmy jednocześnie, a asocjacyjna jednostka arytmetyczno-logiczna każdą komórkę taśmy przetwarza sekwencyjnie po kolei. To jednak maszyna wieloscieżkowa może przetwarzać w jednym kroku kilka tysięcy bitów wejściowych jednocześnie i

kilka tysięcy bitów wyjściowych też jednocześnie, a po n -krokach potrafi przetworzyć $n \cdot$ (kilka tysięcy bitów wejściowych + kilka tysięcy bitów wyjściowych), czego jednostka na bramkach logicznych nie potrafi. Ponadto jednostka asocjacyjna sama się programuje i potrafi wykonywać dowolne operacje regularne, zamiast wcześniej zaimplementowanych i fizycznie wykonanych operacji podstawowych.

Konsolidacja wykonywana przez asocjacyjną maszynę Turinga

W dotychczasowych przykładach, konsolidację asocjacji jednostkowych dokonywaliśmy w sposób „pisemny” korzystając z reguł łączenia asocjacji wskazanych w prawach asocjacji. Spróbujmy tą czynność powierzyć samej asocjacyjnej maszynie Turinga aby wykonała tą czynność automatycznie. Interesować nas będzie również, czy działanie maszyny podczas konsolidacji różnić się będzie od jej standardowego działania, opisanego wcześniej.

Proces konsolidacji wykonywany przez asocjacyjną maszynę podzielimy, podobnie jak „pisemny” sposób konsolidacji, na dwa etapy. Pierwszy odpowiada konsolidacji asocjacji elementarnych posiadających ten sam poprzednik, a drugi odpowiada łączeniu asocjacji nierozłącznych otrzymanych w pierwszym etapie.

Należy zwrócić szczególną uwagę na własność asocjacji polegającą na tym, że jeżeli proces konsolidacji zostanie w pewnej chwili przerwany, nie powoduje to utraty zdolności nieskonsolidowanych do końca asocjacji do sterowania maszyny zgodnie z ustalonym oczekiwaniem. Niezakończony proces konsolidacji może być w dowolnej chwili wznowiony bez utraty stabilności pracy asocjacyjnej maszyny Turinga, nawet bez zapamiętania momentu przerwania. Konsolidację można rozpocząć od początku z zachowaniem konsolidacji już wykonanej.

Założmy, że na taśmie maszyny podany jest następujący ciąg produkcji:

$p = 3, 1, 4, 6, 0, 6, 5, 0, 3, 2, 4, 3, 1, 4, 6, 6, 5, 0, 6, 5, 0, 6, 3, 2, 1, 1, 7, 7, 2, 1, 4$

Odpowiada on ciągowi produkcji w zapisie binarnym $\{x_1, x_2, y\} = 110, 100, 001, 011, 000, 011, 101, 000, 110, 110, 001, 110, 100, 001, 011, 011, 101, 000, 011, 101, 000, 011, 110, 010, 100, 100, 111, 111, 010, 100, 001$

Na początku rozważmy proces konsolidacji odpowiadający pierwszemu etapowi konsolidacji. Stanem początkowym maszyny jest wskazanie asocjacji, od której rozpocznie pracę. Pierwsza produkcja w ciągu odpowiada poprzednikowi asocjacji elementarnej. Maszyna czyta ze ścieżek x_1, x_1, y pierwszą produkcję o wartości 3 co odpowiada jej postaci bitowej $\{1, 1, 0\}$. Następnie szuka asocjacji, w której poprzedniku znajduje się odczytana produkcja 3. Jeżeli nie znajduje takiej asocjacji, dodaje nową asocjację, a do jej pustego poprzednika wpisuje odczytaną produkcję 3 (jest to pierwsza różnica od standardowego działania maszyny, ponieważ przy standardowym działaniu, jeżeli maszyna nie znajduje asocjacji, od której zaczyna lub kontynuuje się pracę, zatrzymuje się z flagą niezgodności). Następnie maszyna przesuwa głowicę na następną komórkę taśmy.

W następnym kroku maszyna czyta ze ścieżek kolejną produkcję o wartości 1 (druga produkcja w ciągu odpowiada następnikowi asocjacji jednostkowej) i szuka, czy nie znajduje się ona w następniku asocjacji dodanej (lub znalezionej) w poprzednim kroku. Jeżeli nie ma tam odczytanej produkcji 1 wpisuje do następnika tą produkcję (jest to druga różnica od standardowego działania maszyny, ponieważ przy standardowym działaniu brak produkcji w następniku asocjacji oznacza zatrzymanie maszyny z flagą niezgodności). Odczytana produkcja 1 zostaje uaktywniona. Następnie maszyna szuka asocjacji, w której poprzedniku znajduje się produkcja równa uaktywnionej produkcji 1.

Jeżeli nie znajduje takiej asocjacji, dodaje nową asocjację, a do jej pustego poprzednika wpisuje odczytaną produkcję 1. Maszyna kończy krok przesunięciem głowicy na następną komórkę taśmy.

W następnym kroku maszyna czyta ze ścieżek kolejną produkcję o wartości 4 i szuka, czy nie znajduje się ona w następniku asocjacji dodanej (lub znalezionej) w poprzednim kroku. Jeżeli nie ma tam odczytanej produkcji 4 wpisuje do następnika tą produkcję. Odczytana produkcja 4 zostaje uaktywniona. Następnie maszyna szuka asocjacji, w której poprzedniku znajduje się produkcja równa uaktywnionej produkcji 4. Jeżeli nie znajduje takiej asocjacji, dodaje nową asocjację, a do jej pustego poprzednika wpisuje odczytaną produkcję 4. Maszyna kończy krok przesunięciem głowicy na następną komórkę taśmy, itd.

Dalsze kroki maszyny pokazano w tabeli.

Podsumowując:

- 1) Obsługa konsolidacji przez asocjacyjną maszynę Turinga nie wymaga wcześniejszej zamiany ciągu produkcji na ciąg asocjacji jednostkowych. Asocjacyjna maszyna Turinga bezpośrednio przetwarza zadany jej ciąg produkcji.
- 2) Brak produkcji w poprzednikach asocjacji powoduje dodanie nowej asocjacji, w której poprzedniku wpisywana jest ta produkcja.
- 3) Brak produkcji w następniku asocjacji powoduje wpisanie tej produkcji do następnika tej asocjacji.

Jeden krok maszyny podczas konsolidacji polega na dodawaniu nowej asocjacji i wpisaniu do jej poprzednika produkcji, która nie została wcześniej odnaleziona w poprzednikach istniejących asocjacji oraz na wpisaniu produkcji do następnika asocjacji (wskazanej lub dodanej w poprzednim kroku maszyny), jeżeli jej tam brakuje. Natomiast jeżeli produkcja, równa uaktywnionej produkcji, zostaje znaleziona w poprzedniku jednej z istniejących asocjacji, a także produkcja odczytana z komórki taśmy maszyny zostanie znaleziona w następniku wskazanej wcześniej asocjacji, maszyna przechodzi do wykonywania kolejnego kroku.

W celu zilustrowania przebiegu procesu konsolidacji w asocjacyjnej maszynie Turinga dobrze będzie najpierw wykonać tę konsolidację w sposób „pisemny” przy zastosowaniu wcześniej poznanych praw asocjacji. Ten sam wynik konsolidacji, „pisemny” i maszynowy, będzie potwierdzeniem poprawności zilustrowanego procesu konsolidacji w asocjacyjnej maszynie Turinga.

Pierwszy i drugi etap konsolidacji wykonywany „pisemnie”.

p = 3,1,4,6,0,6,5,0,3,2,4,3,1,4,6,6,5,0,6,5,0,6,3,2,1,1,7,7,2,1,4 asoc = 3 1,1 4,4 6,6 0,0 6,6 5,5 0,0 3,3 2,2 4,4 3,3 1,1 4,4 6,6 6,6 5,5 0,0 6,6 5,5 0,0 6,6 3,3 2,2 1,1 1,1 7,7 7,7 2,2 1,1 4	
Pierwszy etap konsolidacji	Drugi etap konsolidacji
3 (1,2) 1 (1,4,7) 4 (3,6) 6 (0,3,5,6) 0 (3,6) 5 (0) 2 (1,4) 7 (2,7)	(1,2,3,7) (4,1,2,7) (0,4,5,6) (0,5,6,3) Uwaga! kolejność produkcji w poprzedniku i następniku asocjacji nie ma znaczenia.

Pierwszy etapu konsolidacji wykonywany przez maszynę

Oznaczenia elementów konsolidacji	
<u>3</u> ()	Nie znaleziono produkcji w poprzednikach asocjacji więc dodano nową asocjację ze wskazaniem ostatnio szukanej produkcji (<u>3</u>). Po tym następny krok maszyny.
<u>3</u> (<u>1</u>) <u>1</u> ()	W kolejnym kroku maszyny w następniku asocjacji, wskazanej w poprzednim kroku maszyny przez (<u>3</u>), wstawiono nową produkcję (<u>1</u>), a następnie nie znaleziono nowej produkcji w poprzednikach asocjacji, więc wstawiono nową asocjację ze wskazaniem w jej poprzedniku nowej produkcji (<u>1</u>). Po tym następny krok maszyny.
- - -	
<u>6</u> (0) <u>0</u> (<u>6</u>)	W kolejnym kroku maszyny w następniku asocjacji, wskazanej w poprzednim kroku maszyny przez (0), wstawiono nową produkcję (<u>6</u>), a następnie znaleziono produkcję <u>6</u> w poprzedniku jednej z asocjacji. Po tym następny krok maszyny.
- - -	
<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4)	W kolejnym kroku maszyny w następniku asocjacji, wskazanej w poprzednim kroku maszyny przez (<u>3</u>), znaleziono produkcję (1), a następnie znaleziono produkcję <u>1</u> w poprzedniku jednej z asocjacji. Po tym następny krok maszyny. Pole przyciemnione oznacza, że występuje zgodność asocjacji z odczytaną produkcją.

3	1	4	6	0	6	5	0	3	2
<u>3</u> ()	<u>3</u> (<u>1</u>) <u>1</u> ()	<u>3</u> (1) <u>1</u> (<u>4</u>) <u>4</u> ()	<u>3</u> (1) <u>1</u> (4) <u>4</u> (<u>6</u>) <u>6</u> ()	<u>3</u> (1) <u>1</u> (4) <u>4</u> (6) <u>6</u> (<u>0</u>) <u>0</u> ()	<u>3</u> (1) <u>1</u> (4) <u>4</u> (6)* <u>6</u> (0) <u>0</u> (<u>6</u>)*	<u>3</u> (1) <u>1</u> (4) <u>4</u> (6) <u>6</u> (0, <u>5</u>) <u>0</u> (6) <u>5</u> ()	<u>3</u> (1) <u>1</u> (4) <u>4</u> (6) <u>6</u> (0,5) <u>0</u> (6) <u>5</u> (<u>0</u>)	<u>3</u> (1) <u>1</u> (4) <u>4</u> (6) <u>6</u> (0,5) <u>0</u> (<u>3</u> ,6) <u>5</u> (0)	<u>3</u> (1, <u>2</u>) <u>1</u> (4) <u>4</u> (6) <u>6</u> (0,5) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> ()

4	3	1	4	6	6	5	0	6
<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (6) <u>6</u> (0,5) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (<u>4</u>)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (<u>3</u> ,6) <u>6</u> (0,5) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (4)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0,5) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (4)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0,5) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (4)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0,5) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (4)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0,5, <u>6</u>) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (4)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0,5,6) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (4)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0,5,6) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (4)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0,5,6) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (4)

5	0	6	3	2	1	1	7
<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0,5,6) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (4)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0,5,6) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (4)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0,5,6) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (4)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0, <u>3</u> ,5,6) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (4)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0,3,5,6) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (4)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0,3,5,6) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (<u>1</u> ,4)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (<u>1</u> ,4) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0,3,5,6) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (1,4)	<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (1,4, <u>7</u>) <u>4</u> (3,6) <u>6</u> (0,3,5,6) <u>0</u> (3,6) <u>5</u> (0) <u>2</u> (1,4) <u>7</u> ()

7	2	1	4
3 (1,2)	3 (1,2)	3 (1,2)	3 (1,2)
1 (1,4,7)	1 (1,4,7)	<u>1</u> (1,4,7)	<u>1</u> (1,4,7)
4 (3,6)	4 (3,6)	4 (3,6)	<u>4</u> (3,6)
6 (0,3,5,6)	6 (0,3,5,6)	6 (0,3,5,6)	6 (0,3,5,6)
0 (3,6)	0 (3,6)	0 (3,6)	0 (3,6)
5 (0)	5 (0)	5 (0)	5 (0)
2(1,4)	<u>2</u> (1,4)	<u>2</u> (1,4)	2(1,4)
<u>7</u> (<u>7</u>)	<u>7</u> (<u>2</u> ,7)	7 (2,7)	7 (2,7)

Pierwszy i drugi etap konsolidacji wykonywany przez maszynę.

Oznaczenia elementów konsolidacji	
<u>3</u> ()	Nie znaleziono produkcji w poprzednikach asocjacji więc dodano nową asocjację ze wskazaniem ostatnio szukanej produkcji (<u>3</u>). Po tym następny krok maszyny.
<u>3</u> (<u>1</u>) <u>1</u> ()	W kolejnym kroku maszyny w następniku asocjacji, wskazanej w poprzednim kroku maszyny przez (<u>3</u>), wstawiono nową produkcję (<u>1</u>), a następnie nie znaleziono nowej produkcji w poprzednikach asocjacji, więc wstawiono nową asocjację ze wskazaniem w jej poprzedniku nowej produkcji (<u>1</u>). Po tym następny krok maszyny.
- - -	
<u>3</u> (1,2) <u>1</u> (4)	W kolejnym kroku maszyny w następniku asocjacji, wskazanej w poprzednim kroku maszyny przez (<u>3</u>), znaleziono produkcję (1), a następnie znaleziono produkcję <u>1</u> w poprzedniku jednej z asocjacji. Po tym następny krok maszyny. Pole przyciemnione oznacza, że występuje zgodność asocjacji z odczytaną produkcją.
- - -	
(0,4) (6) <u>6</u> (0) 0 (6)	W kolejnym kroku maszyny w następniku asocjacji, wskazanej w poprzednim kroku maszyny przez (0), wstawiono produkcję (<u>6</u>) po czym znaleziono dwie nierozłączne asocjacje 4 (6) oraz 0 (<u>6</u>), więc je połączono w jedną asocjację (0,4) (6) i usunięto drugą asocjację 0 (6) (Jest to trzecia różnica od standardowego działania maszyny, bowiem po wstawieniu produkcji do następnika asocjacji jest sprawdzana, czy pojawiły się asocjacje nierozłączne i jeżeli takie występują, są one łączone w jedną asocjację, z usunięciem zbędnych asocjacji). Następnie znaleziono produkcję <u>6</u> w poprzedniku jednej z asocjacji. Po tym następny krok maszyny.

3	1	4	6	0	6	5	0	3	2
<u>3</u> ()	<u>3</u> (<u>1</u>) <u>1</u> ()	3 (1) <u>1</u> (<u>4</u>) <u>4</u> ()	3 (1) 1 (4) <u>4</u> (<u>6</u>) <u>6</u> ()	3 (1) 1 (4) 4 (6) <u>6</u> (<u>0</u>) <u>0</u> ()	3 (1) 1 (4) (0,4) (6) <u>6</u> (0) 0 (6)	3 (1) 1 (4) (0,4) (6) <u>6</u> (0,5) <u>5</u> ()	3 (1) 1 (4) (0,4) (6) (5,6) (0,5) 5 (0)	<u>3</u> (1) 1 (4) (0,4) (<u>3</u> ,6) (5,6) (0,5)	<u>3</u> (1, <u>2</u>) 1 (4) (0,4) (3,6) (5,6) (0,5) <u>2</u> ()

4	3	1	4	6	6	5
3 (1,2) (1,2) (4) (0,4) (3,6) (5,6) (0,5) <u>2</u> (<u>4</u>)	<u>3</u> (1,2) (1,2) (4) (0,4) (3,6) (5,6) (0,5)	<u>3</u> (1,2) (1,2) (4) (0,4) (3,6) (5,6) (0,5)	3 (1,2) (1,2) (4) (0,4) (3,6) (5,6) (0,5)	3 (1,2) (1,2) (4) (0,4) (3,6) (5,6) (0,5)	3 (1,2) (1,2) (4) (0,4,5,6) (0,3,5,6) (5,6) (0,5,6)	3 (1,2) (1,2) (4) (0,4, <u>5</u> ,6) (0,3,5,6)

0	6	5	0	6
3 (1,2) (1,2) (4) (0,4,5,6) (0,3,5,6)	3 (1,2) (1,2) (4) (0,4,5,6) (0,3,5,6)	3 (1,2) (1,2) (4) (0,4,5,6) (0,3,5,6)	3 (1,2) (1,2) (4) (0,4,5,6) (0,3,5,6)	3 (1,2) (1,2) (4) (0,4,5,6) (0,3,5,6)

3	2	1	1	7
3 (1,2) (1,2) (4) (0,4,5,6) (0,3,5,6)	3 (1,2) (1,2) (4) (0,4,5,6) (0,3,5,6)	(1,2,3) (1,2,4) (1,2) (1,4) (0,4,5,6) (0,3,5,6)	(1,2,3) (1,2,4) (0,4,5,6) (0,3,5,6)	(1,2,3) (1,2,4,7) (0,4,5,6) (0,3,5,6) 7 ()

7	2	1	4
(1,2,3,7) (1,2,4,7) (0,4,5,6) (0,3,5,6) 7 (7)	(1,2,3,7) (1,2,4,7) (0,4,5,6) (0,3,5,6)	(1,2,3,7) (1,2,4,7) (0,4,5,6) (0,3,5,6)	(1,2,3,7) (1,2,4,7) (0,4,5,6) (0,3,5,6)

Wnioski:

Zarówno w realizacji „pierwszego etapu konsolidacji” jak i „pierwszego i drugiego etapu konsolidacji” maszyna w jednym kroku wykonuje następujące operacje:

- 1) dodaje nową asocjację w przypadku nie znalezienia odpowiedniej asocjacji,
- 2) wstawia odczytaną produkcję do następnika istniejącej już asocjacji, jeżeli jej tam nie ma,
- 3) znajduje asocjację, w której poprzedniku znajduje się produkcja równa uaktywnionej aktualnie produkcji lub znajduje odczytaną z taśmy maszyny produkcję w następniku znalezionej asocjacji.

Przy realizacji „pierwszego i drugiego etapu konsolidacji” maszyna oprócz powyższego dodatkowo w jednym kroku wykonuje:

- 4) po wstawieniu do następnika istniejącej już asocjacji odczytanej produkcji sprawdza, czy pojawiły się nierozłączne asocjacje i jeżeli takie występują, łączy je w jedną asocjację oraz usuwa zbędne asocjacje będące produktem tego łączenia.

Oznacza to, że sam drugi etap konsolidacji dotyczy jedynie sprawdzenia, czy pojawiły się nierozłączne asocjacje i jeżeli takie występują, na ich połączeniu w jedną asocjację oraz usuwaniu zbędnych asocjacji, będących produktem tego łączenia.

Wydaje się, że pierwszy etap konsolidacji nadaje się do pracy w czasie rzeczywistym przy odczytywaniu produkcji dostarczanych do maszyny, a drugi etap konsolidacji nadaje się do pracy „w wolnych chwilach” przy braku dopływu produkcji do maszyny. Inaczej mówiąc, pierwszy typ konsolidacji ma większą wydajność, co predysponuje go do przetwarzania danych wejściowych w czasie rzeczywistym, natomiast drugi etap konsolidacji ma mniejszą wydajność i dotyczy przebudowy struktury zbioru istniejących asocjacji, zatem nadaje się do przetwarzania uzyskanych asocjacji już po ustaniu dopływu informacji zewnętrznej.

Związek gramatyki regularnej z asocjacją regularną

Jeżeli gramatyka regularna generuje ciąg produkcji, w oparciu o który jednokierunkowa asocjacyjna maszyna zapisuje asocjacje ucząc się tego ciągu, a następnie na podstawie tych asocjacji maszyna generuje ciąg produkcji odbierany przez tą gramatykę jako poprawny gramatycznie to asocjacje te nazywamy asocjacjami regularnymi.

Ponadto maszyna asocjacyjna ucząc się ciągu produkcji, przedstawiającego na przykład operację dodawania dwóch liczb binarnych, tworzy automatycznie asocjacje, za pomocą których potrafi wykonywać operacje na innych ciągach binarnych, z którymi maszyna się jeszcze nie zetknęła.

Obok sumy binarnej maszyna może nauczyć się, na podstawie zaledwie jednego przykładu wykonania, również takich operacji jak: iloczynu logicznego, alternatywy logicznej, alternatywy rozłącznej, itd. Chociaż maszyna nawet nie wie, jakiej operacji się nauczyła, to jednak nie przeszkadza jej poprawnie ją wykonywać na innych ciągach binarnych. Te zapisywane przez maszynę asocjacje stają się reprezentantem gramatyki regularnej, przy pomocy której maszyna przetwarza dowolne ciągi binarne.

Poniżej przedstawiono asocjacje regularne uzyskane we wcześniejszych przykładach.

Lp	Operacja na dwóch ciągach binarnych	Asocjacje
1	Suma arytmetyczna (+)	(1,2,3,7) (4,1,2,7) (0,4,5,6) (0,5,6,3)
2	Iloczyn logiczny AND	(0,1,2,7) (0,1,2,7)
3	Suma logiczna OR	(0,5,6,7) (0,5,6,7)
4	Alternatywa rozłączna XOR	(0,3,5,6) (0,3,5,6)

Połączenie dwóch gramatyk

Można wstępnie założyć, że połączenie dwóch gramatyk można uzyskać przez połączenie dwóch ciągów produkcji reprezentujących te gramatyki regularne a następnie ich konsolidację lub też przez konsolidację dwóch zbiorów asocjacji reprezentujących te gramatyki.

Weźmy na przykład dwie gramatyki: sumę arytmetyczną (+) reprezentowaną przez dwie asocjacje: **(1,2,3,7)** (4,1,2,7), **(0,4,5,6)** (0,5,6,3) oraz iloczyn logiczny AND reprezentowany przez asocjację: **(0,1,2,7)** (0,1,2,7). Pierwsze dwie asocjacje można uzyskać przez konsolidację ciągu produkcji, np.: $p_1 = 3,1,4,6,0,6,5,0,3,2,4,3,1,4,6,6,5,0,6,5,0,6,3,2,1,1,7,7,2,1,4$, a trzecią asocjację przez konsolidację ciągu produkcji, np.: $p_2 = 7,1,0,2,0,2,1,0,7,2,0,7,1,0,2,2,1,0,2,1,0,2,7,2,1,1,7,7,2,1,0$. Po połączeniu dwóch ciągów $p = p_1 + p_2$, a następnie konsolidacji ciągu p uzyskujemy jedną asocjację: **(0,1,2,3,4,5,6,7)** (0,1,2,3,4,5,6,7). To samo można uzyskać bezpośrednio konsolidując trzy powyższe asocjacje.

Poniżej przedstawiono powyższe asocjacje w zapisie bitowym poszczególnych produkcji $\{x_1, x_2, y\}$. Tłustym obramowaniem zaznaczono części warunkowe produkcji zawartych w następnikach tych asocjacji.

(1,2,3,7) (4,1,2,7)

x1	1	0	1	1
x2	0	1	1	1
y	0	0	0	1
p	1	2	3	7

poprzednik

0	1	0	1
0	0	1	1
1	0	0	1
4	1	2	7

następnik

(0,4,5,6) (0,5,6,3)

x1	0	0	1	0
x2	0	0	0	1
y	0	1	1	1
p	0	4	5	6

0	1	0	1
0	0	1	1
0	1	1	0
0	5	6	3

(0,1,2,7) (0,1,2,7)

x1	0	1	0	1
x2	0	0	1	1
y	0	0	0	1
p	0	1	2	7

0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	1
0	1	2	7

(0,1,2,3,4,5,6,7) (0,1,2,3,4,5,6,7)

x1	0	1	0	1	0	1	0	1
x2	0	0	1	1	0	0	1	1
y	0	0	0	0	1	1	1	1
p	0	1	2	3	4	5	6	7

0	1	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	2	3	4	5	6	7

Z powyższych ilustracji wynika, że po połączeniu asocjacji regularnych, w następniku uzyskanej asocjacji, zauważamy produkcje o powtarzających się częściach warunkowych (zaznaczono je przyciemnionym tłem). Oznacza to, że następnik tej asocjacji nie spełnia już warunków stanu w maszynie regularnej, gdyż po szukaniu w tym następniku produkcji, których część warunkowa $\{x1, x2\}$ pasuje do odczytanych z komórki taśmy bitów $x1, x2$, zostaje znaleziona i uaktywniona nie jedna lecz dwie produkcje.

Wypływa stąd wniosek, że jeżeli na wejściu maszyny asocjacyjnej podamy dowolny ciąg produkcji, to po przetworzeniu tego ciągu przez maszynę uzyskujemy wtedy asocjacje regularne, kiedy następniki tych asocjacji spełniają warunki stanów (te same warunki uaktywnienia spełnia nie więcej niż jedna produkcja). Uzyskane asocjacje regularne oznaczają, że podany ciąg produkcji został wygenerowany przez gramatykę regularną.

Inaczej mówiąc, aby sprawdzić czy dowolny ciąg produkcji został wygenerowany przez gramatykę regularną wystarczy ustalić, że uzyskane asocjacje z konsolidacji tego ciągu są asocjacjami regularnymi. Asocjacja jest regularna, jeżeli produkcje w jej następniku posiadają nie powtarzające się części warunkowe.

Rozwiązanie trudnego problemu świadomości

Znaczenie asocjacji regularnych jest bardzo duże, gdyż wyznaczają one natywny model biologicznych sieci neuronowych. Ogromna sieć powiązanych ze sobą neuronów i nieprzeliczona ilość impulsów między nimi, trudna do analizy, może być rozpatrywana w sposób kompleksowy jako asocjacje między grupami neuronów. Ponadto asocjacje są dobrym kandydatem do wyjaśnienia mechanizmu przeskoku z poziomu zdarzeń fizycznych (neuralnych) do poziomu zdarzeń umysłowych, czyli są sposobem na rozwiązanie trudnego problemu świadomości. Dodatkowo znaczenie asocjacji umacnia dobry model ich działania, od tworzenia do funkcjonowania w postaci asocjacyjnej maszyny Turinga.

Model neuronalny asocjacji

W modelu tym asocjację elementarną reprezentuje pojedynczy neuron, w którym jedna z synaps jest synapsą nieswoistą (niespecyficzną) i pobudza ona neuron podprogowo. Połączona jest ona z askonem innego lub tego samego neuronu. Synapsa ta spełnia rolę poprzednika asocjacji elementarnej. Pozostałe synapsy neuronu są synapsami swoistymi (specyficznymi) i pełnią rolę części warunkowej w następniku asocjacji elementarnej. Synapsy te otrzymują pobudzenia z dróg czuciowych, a wagi połączeń tych synaps reprezentują wzorzec elementu informacji.

Założmy, że w pewnym momencie jeden z neuronów został uaktywniony. W jego aksonie pojawia się impuls nerwowy, który przechodzi drogą aksonalną do drugiego neuronu (kolejnej asocjacji) i pobudza jego synapsę nieswoistą podprogowo. Pobudzenie to nie jest jeszcze wystarczające do uaktywnienia tego neuronu. Dopiero dodatkowe skuteczne pobudzenie synaps swoistych (zgodne z wagami tych synaps) powoduje uaktywnienie drugiego neuronu. Oznacza to, że warunek zawarty w następniku asocjacji został spełniony. Należy zauważyć, że bez podprogowego pobudzenia synapsy nieswoistej niemożliwe jest pobudzenie neuronu, nawet jeżeli pobudzenie synaps swoistych jest zgodne z wagami tych synaps. Warunkiem uaktywnienia neuronu jest równoczesne pobudzenie synapsy nieswoistej jak i skuteczne pobudzenie synaps swoistych.

Analizując konsolidację wykonywaną przez samą asocjacyjną maszynę Turinga (omówioną w tej pracy) można powiedzieć, że w uczeniu sieci neuronowej ważne są dwa momenty. Pierwszy to ten, w którym impuls z uaktywnionego neuronu, drogą aksonalną, nie może znaleźć kolejnego neuronu. Wówczas wypustka aksonu wydłużając się łączy się z synapsą nieswoistą kolejnego neuronu. Drugi moment to ten, w którym neuron, pobudzony podprogowo przez synapsę nieswoistą, zapamiętuje informację czuciową w wagach synaptycznych synaps swoistych. Odpowiada to uczeniu według pierwszego etapu konsolidacji (omówionego w tej pracy). Uczenie to polega na tworzeniu asocjacji, w której następniku mamy wiele neuronów, pobudzanych przez ich synapsy nieswoiste wspólnym sygnałem nieswoistym. Drugi etap konsolidacji, wolniejszy, polega na konsolidacji asocjacji nierozłącznych powstałych podczas pierwszego etapu. Łączą się połączenia nieswoiste przy pomocy drzewka aksonalnego, jak również odłączanie są z konsolidowanej asocjacji neurony reagujące na tą samą informację swoistą.

Najistotniejszymi elementami asocjacji w sieci neuronowej są połączenia: akson (lub drzewko aksonalne) uaktywnionego neuronu z synapsą nieswoistą lub synapsami nieswoistymi innych neuronów (nie wyłączając też tego samego neuronu), a także połączenia synaps swoistych, jednego lub wielu neuronów, z drogami wiodącymi informację czuciową. Drzewka aksonalne neuronów są wyrazem konsolidacji asocjacji.

Zanik połączenia z synapsą swoistą powoduje utratę szczegółu zapamiętanej informacji, natomiast zanik połączenia z synapsą nieswoistą powoduje niedostępność zapamiętanej informacji, choć jest ona zawarta w sieci asocjacji.

W danym momencie, te neurony mogą być uaktywnione, które są wstępnie pobudzone nieswoiście. Wśród neuronów pobudzonych nieswoiście ten neuron zostaje uaktywniony, którego wagi synaps swoistych, powstałe przy utworzeniu wzorca zapamiętanej informacji, są zgodne z aktualną informacją pochodzącą od zmysłów. Z kolei uaktywniony neuron pobudza w sposób nieswoisty, poprzez presynaptyczne zakończenia aksonu lub drzewka aksonalnego, inne neurony, które z kolei poprzez synapsy swoiste oczekują na informację zgodną ze wzorcami zapamiętanymi w tych neuronach. Jeżeli pojawi się informacja wynikająca z kontekstu wskazanego przez sieć, odpowiedni neuron zostaje uaktywniony. W przypadku gdy pobudzone nieswoiście neurony nie odpowiadają zgodnością z taką informacją, występuje odrzucenie takiej informacji lub jej nabycie.

Analizując bieg wybranego impulsu po sieci, zauważa się wstępne pobudzenie przez ten impuls alternatywnych neuronów, wśród których znajduje się ten neuron, który może być zgodny z nie odebraną jeszcze informacją. Ciąg pobudzeń kolejnych neuronów (nie wyłączając poprzednich neuronów) jest wyznaczony wyborem poprzedniego neuronu, a także kontekstem wyznaczonym przez sieć.

Model neuronalny ortogonalnych asocjacji

Ortogonalne asocjacje reprezentują grupy neuronów, które są pobudzane nieswoiście w sposób niezależny. Jeżeli pobudzenie nieswoiste jednej grupy wywołuje pobudzenie nieswoiste przynajmniej jednego neuronu innej grupy, to te grupy są asocjacjami nieortogonalnymi (nierozłącznymi). Asocjacje nieortogonalne łączą się w jedną asocjację w procesie konsolidacji asocjacji. Ortogonalność jest uwidaczniana jako izolacja grup neuronów. Pojęcie szeregu ortogonalnego ma bardzo duże znaczenie w topograficznej organizacji asocjacji (spotykanej w pierwotnej korze mózgowej) lub w budowie modularnej korzy mózgowej (obecność mikrokolumn).

Bibliografia

1. Waldemar Wietrzykowski, *Subiektywne badanie pamięci*, IIS 2020
2. Waldemar Wietrzykowski, *Konsolidacja elementarna*, IIS 2019
3. Waldemar Wietrzykowski, *Naturalny System Operacyjny*, IIS 2019
4. Waldemar Wietrzykowski, *Dwie maszyny*, IIS 2018
5. Waldemar Wietrzykowski, *Uczenie języka naturalnego*, IIS 2018
6. Waldemar Wietrzykowski, *Implementacja rachunku sekwentowego*, DIL 2018
7. Waldemar Wietrzykowski, *Wystarczalność rachunku sekwentowego. Rachunek tautologiczny*, DIL 2018
8. Waldemar Wietrzykowski, *Teoria wiedzy*, DIL 2018
9. Waldemar Wietrzykowski, *Teoria wiedzy teoretycznej*, DIL 2018
10. Waldemar Wietrzykowski, *Teoria wiedzy praktycznej*, DIL 2018
11. Waldemar Wietrzykowski, *Teoria świadomej maszyny*, DIL 2018
12. Waldemar Wietrzykowski, *Założenia wstępne do projektu świadomej maszyny*, DIL 2017
13. Waldemar Wietrzykowski, *Świadoma maszyna*, DIL 2017
14. Waldemar Wietrzykowski, *Świadoma reakcja maszyn*, DIL 2017
15. Waldemar Wietrzykowski, *Samoucząca się maszyna motoryczna*, DIL 2017
16. Waldemar Wietrzykowski, *Strumień świadomości*, DIL 2017
17. Waldemar Wietrzykowski, *Scalanie interpretacji maszyn*, DIL 2017
18. Waldemar Wietrzykowski, *Obraz rzeczywistości z poziomu maszyny*, DIL 2017
19. Waldemar Wietrzykowski, *Świadomość wielu maszyn*, DIL 2017

20. Waldemar Wietrzykowski, *Wiele maszyn*, DIL 2017
21. Waldemar Wietrzykowski, *Znaczenie interpretacji maszyn*, DIL 2017
22. Waldemar Wietrzykowski, *Interpretacje maszyn*, DIL 2016
23. Waldemar Wietrzykowski, *Jednofunkcyjne maszyny*, DIL 2016
24. Waldemar Wietrzykowski, *Samoucząca się maszyna*, DIL 2016
25. Waldemar Wietrzykowski, *Procesor samouczący się*, DIL 2016
26. Waldemar Wietrzykowski, *Processor self-learning*, DIL 2016